

「管理人(志)に挑戦」シリーズ 第2回 ～お湯の冷めかた～

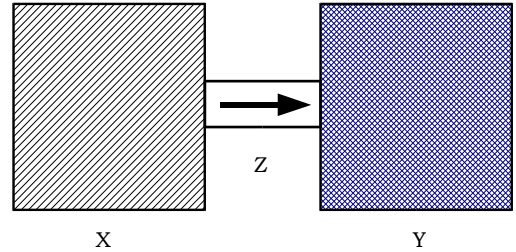
お湯はだんだんと冷めてきます。冬場は速く冷めますが、夏場はゆっくりと冷めます。熱の伝わり方は、「単位時間あたりに伝わる熱量は温度差に比例」しているそうです。

数学で扱いやすいように、モデルを作りましょう。

お湯と風呂桶の部分を実質化し X ブロックとしましょう。

X ブロックの最初の温度は T_0 [K]、熱容量は C [J/K] です。

つぎに、外気部分を Y ブロックとしましょう。外気部分は温度 T_Y [K] で一定としておきます。



両者の間に熱が伝わる経路を経路 Z としましょう。Z を通って X から Y に熱が伝わるをします。

単位時間あたりに伝わる熱量は X、Y の温度差に比例するので、そのときの比例定数を k [J/Ks] とします。この比例定数は、経路 Z の熱の伝えやすさを表す物理量で、材質、表面積、形状などにより決まる物理量です。1秒間に伝わる熱量は $k(T - T_Y)$ [J/s] と表せます。

【問題】 時刻 t [s] におけるお湯の温度 T [K] とします。

(1) 微小時間 Δt [s] に X ブロックから Y ブロックに伝わる熱量 ΔQ を式で示しなさい。

(2) 時刻 t [s] におけるお湯の温度 T [K] の関数の微分方程式を作りなさい。

(3) 微分方程式を解いて、お湯の温度 T [K] の関数を求めなさい。