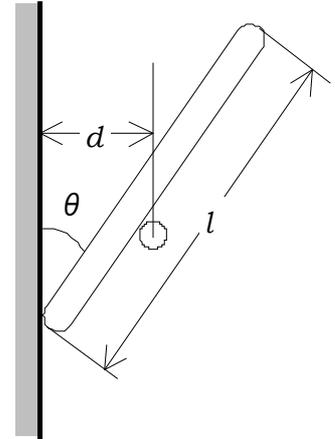


# 入試問題研究 第1回 1999年 信州大学 ~ モーメントと摩擦係数 ~

信州大学 99年度 ① [モーメントと摩擦係数]

図のように、鉛直な壁から  $d$  [m] 離れたところに平行で水平に取り付けられた細い丸棒Cがある。長さ  $l$  [m]、質量  $m$  [kg] の太さと密度が一様な細い棒ABを、壁と丸棒Cによって支えて静止させる。棒ABは壁に垂直な鉛直面内にある。壁面には摩擦があり、棒ABと丸棒Cの間には摩擦はない。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とし、以下の問いに答えなさい。答えは主な式や説明をつけて示しなさい。説明に必要な力などは図に描き、適当な記号で示しなさい。

- (a) 棒ABと壁とのなす角  $\theta$  を  $30^\circ$  にして棒ABを静止させたところ、壁面で働く摩擦力の大きさは  $0$  であった。棒ABがCから受ける力の大きさ、および、棒ABが壁から受ける力の大きさを求めなさい。また、棒ABの長さ  $l$  は  $d$  の何倍になるか。



- (b)  $\theta$  を  $30^\circ$  よりも大きくしてみたところ、 $\theta$  が  $45^\circ$  以下の場合には棒ABを静止させることができたが、 $45^\circ$  より大きい場合には静止させることが出来なかった。壁面での静止摩擦係数はいくらになるか。

# 入試問題研究 第1回 1999年 信州大学 ～ モーメントと摩擦係数 ～ (解説)

信州大学 99年度 ① [モーメントと摩擦係数]

## 解説

(a) 棒ABがCから受ける力の大きさ  $f$ 、および、棒ABが壁から受ける垂直抗力の大きさ  $N$ と

する。水平、鉛直方向の力のつりあいより  $N - \frac{\sqrt{3}f}{2} = 0 \dots \textcircled{1}$ 、 $\frac{f}{2} - mg = 0 \dots \textcircled{2}$ 、

棒と壁面との接点を中心とするモーメントのつりあいより  $f \times 2d - mg \times \frac{l}{4} = 0 \dots \textcircled{3}$  が

成立する。これら①、②より、丸棒Cから棒ABが受ける力は  $f = 2mg$  であり、壁からの垂直抗力は  $N = \sqrt{3}mg$  になる。②、③より、 $4mgd - \frac{mgl}{4} = 0$  になるので、棒AB

の長さは  $l = 16d$  (棒ABの長さは壁と丸棒Cの間隔の16倍)である。

(b) 壁面と棒ABの角度を  $\theta$ 、静止摩擦係数を  $\mu$  とする。壁面と棒ABとの摩擦力は上向き

のときと下向きのときがある(両方考察要)。手順は (a) と同様になるので説明は省く。

上向きのとき 釣合い条件より  $N - f \cos \theta = 0 \dots (1)-1$ 、 $f \sin \theta + F - mg = 0 \dots (2)-1$ 、モーメントの釣合いから、 $f \times \frac{d}{\sin \theta} - mg \times 8d \sin \theta = 0 \dots (3)-1$  が成立し、こ

れらより  $f = 8mg \sin^2 \theta$ 、 $N = 8mg \sin^2 \theta \cos \theta$ 、 $F = mg(1 - 8 \sin^3 \theta)$  になる。このとき、棒ABが壁面で静止する条件は  $F \leq \mu N$  だから、

$mg(1 - 8 \sin^3 \theta) \leq 8\mu mg \sin^2 \theta \cos \theta$  より  $1 - 8 \sin^3 \theta \leq 8\mu \sin^2 \theta \cos \theta$  である。45度で滑り出すことから、そのとき等号が成立する。よって、 $2\sqrt{2} - 8 = 8\mu$  だから、 $\mu = \frac{\sqrt{2} - 4}{4} < 0$  となる。しかし、静止摩擦係数が負になっている(これはない!)

下向きのとき 釣合い条件より  $N - f \cos \theta = 0 \dots (1)-2$ 、 $f \sin \theta - F - mg = 0 \dots (2)-2$ 、モーメントの釣合いから  $f \times \frac{d}{\sin \theta} - mg \times 8d \sin \theta = 0 \dots (3)-2$  が成立。

(3)-1より、 $f = 8mg \sin^2 \theta$ 、 $N = 8mg \sin^2 \theta \cos \theta$ 、 $F = mg(8 \sin^3 \theta - 1)$  になる。棒ABの静止条件は、 $F \leq \mu N$  だから、 $8 \sin^3 \theta - 1 \leq 8\mu \sin^2 \theta \cos \theta$  である。滑り出すのは  $\theta = 45$  度のときだから、

この条件式に  $\theta = 45$  度のとき、等号が成立する。また、 $\sin \theta = \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  だから、その条件は

$4 - \sqrt{2} = 4\mu$  になる。これより、 $\mu = \frac{4 - \sqrt{2}}{4} = 0.646\dots$  だから、壁面と棒ABの間の

静止摩擦係数  $\mu$  は0.65である。

45度のとき(滑り出す直前)の静止摩擦力は鉛直下向きに働いていることから、棒ABは上に動こうとしていることがわかる(摩擦力の向きは動こうとする向きと反対向き)。したがって、右図に示すように「棒ABの下部が上に壁を滑り始めて落下する」ことを示している。

