

入試問題研究 第 100 回 1993 年度 東京工業大学 前期 ② 直流回路

起電力 10 [V] で内部抵抗が無視できる電池と電気抵抗からなる図1のような電気回路がある。X の抵抗値は不明であり、BC 間には 1.0 [k Ω] に設定された可変抵抗器がある。はじめスイッチ S_1 、 S_2 は開かれている。以下の問いに答えなさい。ただし、数値で答えるときは有効数字を 2 桁とし、単位を明記しなさい。

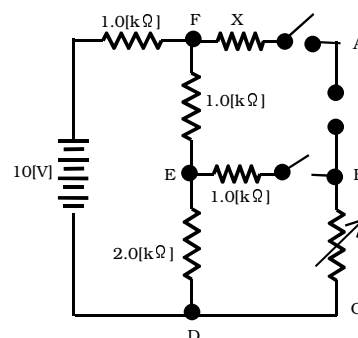


図1

A AB 間に電気容量 0.0010 [μ F]、極板間隔 0.10 [mm] の充電されていない平行板コンデンサーを挿入した。

(1) S_1 を時刻 t_1 [s] に閉じたところ X を流れる電流の大きさは図2のように変化した。時刻 t_2 [s] 以降はほぼ 0 [A] であった。このとき、AB 間の電圧が変化する様子を右図に図示しなさい。ただし、B より A が高電位するとき正としなさい。

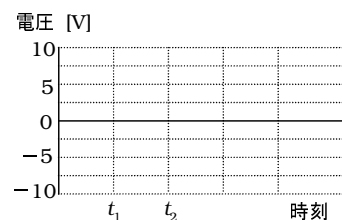
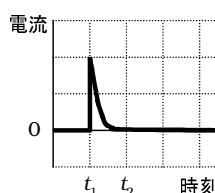


図2

(2) 時刻 t_2 [s] 以降におけるコンデンサー極板間の電界はいくらになるか。

(3) (1) の操作を行っている間、コンデンサー極板間に磁界が生じているのはいつか。また、その理由を示しなさい。

B さらに、 S_2 を閉じた後、しばらくして定常状態になった。

(4) S_2 を閉じて定常状態になるまでの間に X を通った電気量の総和はいくらになるか。また、このとき X を流れる電流の向きを A $\rightarrow$ F、F $\rightarrow$ A のいずれかで答えなさい。

(5) 定常状態になった後、可変抵抗器を流れている電流の大きさはいくらになりますか。

C S_1 、 S_2 を開き AB 間からコンデンサーを外した後、AB 間にコイルを挿入した。コイルの抵抗は無視できるものとする。

(6) 時刻 t_3 [s] に S_1 を閉じたところ、X を流れる電流の大きさは図3のように変化した。時刻 t_4 [s] 以降はほぼ一定の値を示した。このとき、AB 間の電圧が変化する様子を図3に図示しなさい。ただし、B より A が高電位 のときを正としなさい。

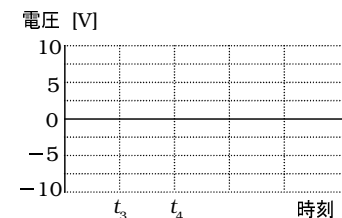
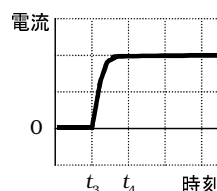


図3

(7) 図3において時刻 t_3 [s] から $t_3 + \Delta t$ [s] の間の電流変化量を ΔI とすると、 ΔI が非常に小さいとき $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 2.5$ [A/s] であった。コイルの自己イン

ダクタンスはいくらになりますか。

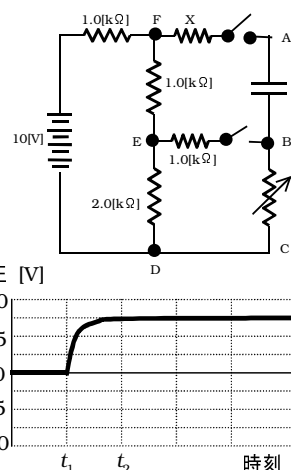
D さらに、 S_2 を閉じた後、しばらくして定常状態になった。

(8) ゆっくりと可変抵抗器の値を変化させたところ、4.6 [k Ω] のときに S_2 を流れる電流がゼロになった。X の抵抗値はいくらですか。

入試問題研究 第 100 回 1993 年度 東京工業大学 前期 ② 直流回路 (解説)

A AB 間に電気容量 $0.0010 [\mu\text{F}]$ 、極板間隔 $0.10 [\text{mm}]$ の充電されていない平行板コンデンサーを挿入した。

- (1) S_1 を時刻 $t_1 [\text{s}]$ に閉じた直後はコンデンサーの電圧はゼロ。十分時間が経つと、コンデンサーに流れ込む電流はゼロだから、右側の回路は考えなくて良い。キルヒホッフの法則より、電流を I とすると、 $10 = 1000I + 1000I + 2000I$ だから、 $I = 2.5 \times 10^{-3}$ だ。コンデンサーの電圧は DF 間の電圧だから、 $7.5 [\text{V}]$ になる。よって、図2に示すようなグラフになる。

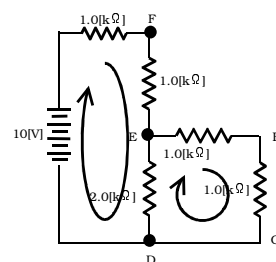


- (2) 電界の公式 $E = \frac{V}{d}$ より、 $E = 7.5 \div (0.10 \times 10^{-3}) = 7.5 \times 10^4 [\text{V/m}]$ だ。

- (3) 「電界が変化するとき、磁界が発生する」 コンデンサーに電流が流れ込んでいるとき、極板間の電圧が変化するので電界変化が起きる。よって、磁界発生は t_1 から $t_2 [\text{s}]$ の間である。

B さらに、 S_2 を閉じた後、しばらくして定常状態になった。

- (4) 定常状態になったとき、右図の回路とみなせる。FE の電流を I 、BC の電流を I' とする。キルヒホッフの法則より、 $10 = 1000I + 1000I + 2000(I - I')$ 、 $0 = 1000I' + 1000I' - 2000(I - I')$ だから、 $400I - 200I' = 1$ 、 $I = 2I'$ になるので、 $I = 3.3 \times 10^{-3}$ だから、FE を流れる電流は $3.3 \times 10^{-3} [\text{A}]$ 、EB、BC には $1.7 \times 10^{-3} [\text{A}]$ だ。したがって、コンデンサーの電圧は FE の抵抗と EB の抵抗の二つの電圧の和だから、 $V = \frac{10}{3} + \frac{10}{6} = 5 [\text{V}]$ になる。電圧が $7.5 [\text{V}]$ から $5.0 [\text{V}]$ に減少するので、電気量も

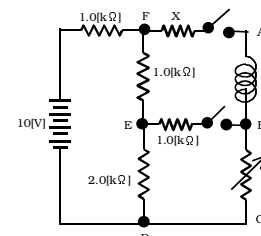


$$\Delta Q = 0.0010 \times 10^{-6} \times (7.5 - 5.0) = 2.5 \times 10^{-9} [\text{C}] \text{ 減少する。電気量が減少するので電流の向きは } A \rightarrow F \text{。}$$

- (5) (5)で求めたように、定常状態になった後、可変抵抗器を流れている電流は $B \rightarrow C$ の向きに、 $1.7 \times 10^{-3} [\text{A}]$ だ。

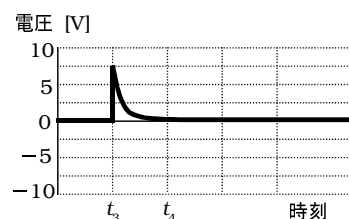
C S_1, S_2 を開き AB 間からコンデンサーを外した後、AB 間にコイルを挿入した。

- (6) 時刻 $t_3 [\text{s}]$ に S_1 を閉じた直後、電流は流れないので、右側の回路はないと考えて良い。したがって、電圧は $7.5 [\text{V}]$ だ。十分時間が経ったとき、コイルの電流は変化しないので、コイルの電圧はゼロになる。よって、右下の図に示すグラフ。



- (7) 時刻 $t_3 [\text{s}]$ のとき、コイルの誘導電圧は $7.5 [\text{V}]$ だから、インダクタンスの

公式 $V = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ より、 $7.5 = L \times 2.5$ だから、コイルの自己インダクタンスは $3.0 [\text{H}]$ になる。



D さらに、 S_2 を閉じた後、しばらくして定常状態になった。

- (8) 定常状態だから、電流変化がないのでコイルの電圧はゼロだ。したがって、右の図のような回路とみなせる。この回路は、ホイートストン・ブリッジ回路であるので EB の電流値がゼロ(すなわち、EB 間の電位差が 0)になる条件は $R_{EF} : R_{ED} = R_X : R_{BC}$ だ。したがって、 $1000 : 2000 = x : 4600$ より、これを解いて X の抵抗値を求めると良い。 $x = 2300$ だから、X の抵抗値は $2.3 [\text{k}\Omega]$ である。また、キルヒホッフの法則で解いてもよい。FED の電流を I 、ABC の電流を I' とすると、 $-1000I + xI' = 0$ 、 $2000I - 4600I' = 0$ だから、 $x = 2300 [\Omega]$ だ。

