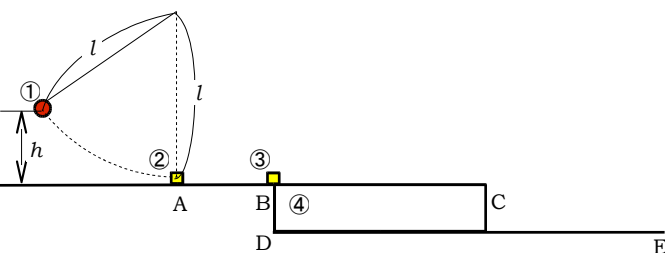


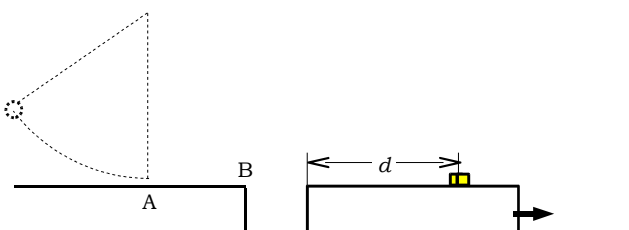
入試問題研究 第108回 2004年度 信州大学 ① 力学

右の図1のように、質量 $2M$ の物体①が点 A の真上の点 O から長さ l の糸でつるされており、水平面 ABC から高さ h の点 P まで持ち上げられて静止している。また、質量 M の2つの物体②および③がそれぞれ水平面 ABC 上の点 A および点 B で静止している。



ただし、物体①、②、③の大きさは無視する。水平面 BC は質量 $6M$ の台④の上面であり、台④は水平面 ZDE 上で静止している。ここで物体①から静かに手を離すと①は円弧を描いて運動し、点 A で物体②と完全弾性衝突した。その後、物体②は水平面 AB 上を移動し点 B で物体③と瞬間的に合体した(合体した質量 $2M$ の物体を物体⑤と呼ぶ)。そして、台④および物体⑤は、

図2のように、図の右向きに動き始め、物体⑤は、水平面 BC 上を距離 d だけ移動し、点 F で台④に対して静止した。ただし、水平面 AB および DE の摩擦は無視できるものとし、水平面 BC と物体⑤の摩擦係数は μ であり、 μ の大きさは速度と無関係であるものとする。また、重力加速度の大きさを g 、速度と加速度は図の右向きを正の向きにとり、糸は伸び縮みせず質量が無視できるものとする。以下の問いに答えなさい。答えは M 、 l 、 h 、 μ 、 g および物体②と③が合体した後の時間 t のうち必要なものを用いて表し、主な式や説明をつけて示しなさい。



- (a) 物体①が物体②と完全弾性衝突した直後のそれぞれの速さ V_1 、 V_2 を求めなさい。
- (b) 合体した直後の物体⑤の速さ V_5 を求めなさい。
- (c) 台④と物体⑤のそれぞれの運動方程式を示し、それぞれの加速度 a_4 、 a_5 を μ と g で表しなさい。
- (d) 時間 t 後の台④に対する物体⑤の相対速度 V_t を求めなさい。
- (e) 物体⑤の移動距離 d を求めなさい。

入試問題研究 第108回 2004年度 信州大学 ① 力学

(a) 衝突の計算のワンパターン問題(運動量保存とはねかえり係数の式で連立方程式の解法)

衝突前後において運動量保存の法則より $2M\sqrt{2gh} + M \cdot 0 = 2MV_1 + MV_2$ だから $2\sqrt{2gh} = 2V_1 + V_2$ が成立する。

また、完全弾性衝突だから、はねかえり係数が $e=1$ である。はねかえり係数の公式に代入して $1 = -\frac{V_1 - V_2}{\sqrt{2gh} - 0}$ が得られる。整理して $\sqrt{2gh} = -V_1 + V_2$ が成立する。

以上の2式を解くと、衝突後のそれぞれの速度は $V_1 = \frac{1}{3}\sqrt{2gh}$ 、 $V_2 = \frac{4}{3}\sqrt{2gh}$ である。

(b) 再び、衝突の計算を行うううだけだ。運動量保存の法則より、 $M \cdot \frac{4}{3}\sqrt{2gh} + M \cdot 0 = 2MV_5$

が成立する。よって、合体した直後の物体⑤の速さ $V_5 = \frac{2}{3}\sqrt{2gh}$ である。

(c) 台④の上にのった物体⑤の垂直抗力は $N_5 = 2Mg$ である。動摩擦力は $F = \mu N_5$ だから、台④から物体⑤に働く動摩擦力は $F_5 = -2\mu Mg$ になる。また、物体⑤から台④に働く摩擦力は $F_4 = +2\mu Mg$ になる。両物体の運動での水平方向の力は動摩擦力だけである。

台④の運動方程式は $6Ma_4 = +2\mu Mg$ になり、台④の加速度は $a_4 = \frac{1}{3}\mu g$ になる。

物体⑤の運動方程式は $2Ma_5 = -2\mu Mg$ になり、よって、物体⑤の加速度は $a_5 = -\mu g$ になる。

(d) 等加速度運動の公式 $v = v_0 + at$ より、時間 t 後の台④の速度は $v_4 = \frac{1}{3}\mu g t$ 、物体⑤の速度は $v_5 = \frac{2}{3}\sqrt{2gh} - \mu g t$ になる。

台④に対する物体⑤の相対速度は $V_t = v_5 - v_4 = \frac{2}{3}\sqrt{2gh} - \mu g t - \frac{1}{3}\mu g t$ であるから

$V_t = \frac{2}{3}(\sqrt{2gh} - 2\mu g t)$ である。(初速度 $\frac{2}{3}\sqrt{2gh}$ 、加速度が

$-\frac{4}{3}\mu g$ の等加速度運動)

(e) 台④の上で物体⑤が止まる(台④に対して物体⑤の相対速度がゼロになる)のだから、

$V_t = \frac{2}{3}(\sqrt{2gh} - 2\mu g t) = 0$ が成立する。よって、

(f) 台の上で物体が止まる時刻は $t = \frac{\sqrt{2gh}}{2\mu g}$ である。

物体⑤のが台④の上をすべる距離は、 $v-t$ 図(右図)の面積(三角形)に相当する。(もちろん等加速度運動の公式からでも答えは求められる)

右の $v-t$ 図より $d = \frac{2}{3}\sqrt{2gh} \times \frac{\sqrt{2gh}}{2\mu g} \times \frac{1}{2} = \frac{h}{3\mu}$ だから、

台の上を止まるまでにすべる距離は $d = \frac{h}{3\mu}$ である。

