

入試問題研究 第110回 2004年 立命館大学 ② 気体の変化

日本では一般に北国は寒く、南国は温かい。しかしながら、最高気温を比較すると、必ずしも単純に北から南へと温度が高くなっているわけではない。事実、観測史上最も高い気温は山形県で記録されている(40.8°C、2003年7月現在)。この原因のひとつは、フェーン現象と呼ばれるものである。これを図1の模式図を参照して物理的に議論してみよう。

フェーン現象とは、湿った空気が山を越え、乾いた暖かい空気となって吹き降ろしてくることをいう。一般に、空気が上昇すると気圧が低くなるため、空気は膨張する。すなわち、空気が外部に「あ」をするため、熱力学第一法則により、外部から熱を吸収しないかぎり、空気の「い」は減少し、結果として温度が下がることになる。この変化を断熱敵であると仮定すると、圧力 P と体積 V の間には、 $PV^k = \text{一定}$ (k は定数)、という関係がある。空気がふもとにあるときの温度 T_1 と山頂まで上ったときの温度 T_2 の比 T_1/T_2 は、ふもとと山頂での気圧の比 P_1/P_2 および k を用いて $T_1/T_2 = \text{「う」}$ のように表される。この式と、気圧の高度依存性から、空気が断熱的に上昇・下降した時の温度変化を求めることが出来る。しかしながら、空気が山を下るときにはまったく同じ仮定で温度が上がるため、どちらのふもとにおいても空気の温度は変わらず、断熱変化だけではフェーン現象を説明できない。

フェーン現象では空気の湿度が重要な鍵を握る。湿った空気が上昇すると、上で述べた温度変化により空気に含まれる水蒸気の一部が水滴(すなわち雲や雨)へと変化し空気から取り除かれる。このとき、水はその「え」熱を空気中に放出するため、空気の温度は ΔT だけ高くなる。結果として、ふもとにおいても ΔT だけ高い温度の空気が吹き降ろしてくるようになる。

簡単のため、温度 T_1 、湿度 100% の空気がふもとから山頂まで一気に上昇し、そこで飽和蒸気圧を超えた水蒸気がすべて水滴となって取り除かれるとしよう。また、一連の変化において、水滴として取り除かれた水蒸気の量は十分小さいとする。このとき、空気 1 モルから水滴として取り除かれるモル数を x [mol]、水 1 モルあたりの「え」熱を ΔH [J/mol]、空気の定圧モル比熱を C_p [J/(mol·K)] とすると、上昇する温度 ΔT は「お」[°C] のように表すことができる。

この水滴となった量 x [mol] は、ふもとと頂上における水の飽和蒸気圧 q_1 [atm]、 q_2 [atm]、および気圧 P_1 [atm]、 P_2 [atm] を用いて、 $x = \text{「か」}$ [mol] のように表される。いま、湿度 100%、 $T_1 = 20^\circ\text{C}$ の空気が 2000m の山を越える場合を考えよう。

水の $\Delta H = 4.0 \times 10^4$ J/mol、空気の C_p は 29 J/(mol·K) とし、 $T_2 = 0^\circ\text{C}$ 、 P_1 、 P_2 はそれぞれ 1.00 atm、0.80 atm であったとする。

図2は、水の飽和蒸気圧と温度の関係を表したものである。これより、温度 T_1 における水の飽和蒸気圧 q_1 を読み取り、 q_2 と頂上での温度の関係を図2に描くことにより、上昇する温度 ΔT は、およそ「き」°C と読み取ることができる。

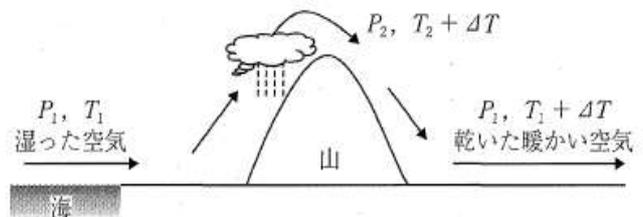


図1 フェーン現象の模式図

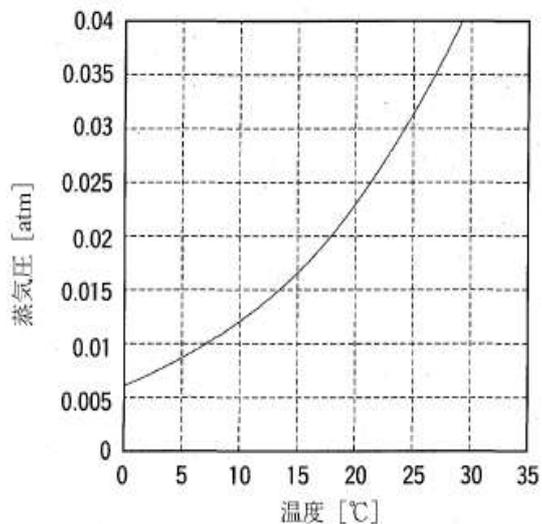


図2 水の飽和蒸気圧

入試問題研究 第110回 2004年 立命館大学 ② 気体の変化 解答・解説

空気が上昇し、気圧が低くなるので、体積が膨張するので、空気は外部に「仕事」・・・**あ**をする。熱力学第一法則 $Q = \Delta U + W$ より、外部より熱の吸収がないかぎり、空気の「内部エネルギー」・・・**い**は減少して温度が下がる。断熱変化の場合、「 $PV^k = \text{一定}$ 」が成立する。また、状態方程式より

$$PV = nRT \text{ も成立するので、} V \text{ を消去して } P \left(\frac{nRT}{P} \right)^k = \text{一定} \text{ になる。よって、} P^{1-k} T^k = \text{一定} \text{ が}$$

成立する。これより、 $P_1^{1-k} T_1^k = P_2^{1-k} T_2^k$ が成立する。よって、 $T_1/T_2 = (P_1/P_2)^{\frac{k-1}{k}}$... **う**である。

フェーン現象では、水蒸気が水に戻るときに「凝縮熱(蒸発熱・気化熱)」・・・**え**を空気中に放出し、温度を上げる。その分だけふもとにおいて高い温度の空気が吹き降ろしてくる。

1モルの空気で考えると、水蒸気から水に戻るモル数が x [mol] で凝縮熱が ΔH [J/mol] だから発生する熱量は $x \times \Delta H$ [J] になる。定圧モル比熱が C_p [J/(mol·K)] だから、空気の温度上昇は $\Delta T = \frac{x \Delta H}{C_p}$... **お** [°C] になる。ふもとと頂上における水の飽和蒸気圧 q_1 [atm]、 q_2

[atm]、および気圧 P_1 [atm]、 P_2 [atm] を用いて、 $x = \frac{q_1}{P_1} - \frac{q_2}{P_2}$... **か** [mol] になる。

水の $\Delta H = 4.0 \times 10^4$ J/mol、空気の C_p は 29 J/(mol·K)、 $T_2 = 0^\circ\text{C}$ 、 P_1 、 P_2 はそれぞれ 1.00 atm、0.80 atm であるとき、湿度 100%、 $T_1 = 20^\circ\text{C}$ の空気が 2000m の山を越えた場合を考えよう。

図 2 より、水の飽和蒸気圧は、 $T_1 = 20^\circ\text{C}$ で $q_1 = 0.023$ atm、 $T_2 = 0^\circ\text{C}$ で $q_2 = 0.0065$ atm とし、分圧の法則より、水滴になるモル数は

$$x = \frac{0.023}{1.00} - \frac{q_2}{0.80} \text{ である。これより頂上での上昇}$$

温度は $\Delta T = \frac{(0.023 - 1.25q_2) \times (4 \times 10^4)}{29}$ より、

頂上温度は $T_2 = 0 + \Delta T = 31.72 - 1724q_2$ だ。

このグラフは (31.72, 0)、(0, 0.0184) の 2 点を通る。これをグラフに記入して、交点を求めると、頂上の温度 10.5°C になる。

よって、 ΔT は、およそ 11 ... **き** °C である。

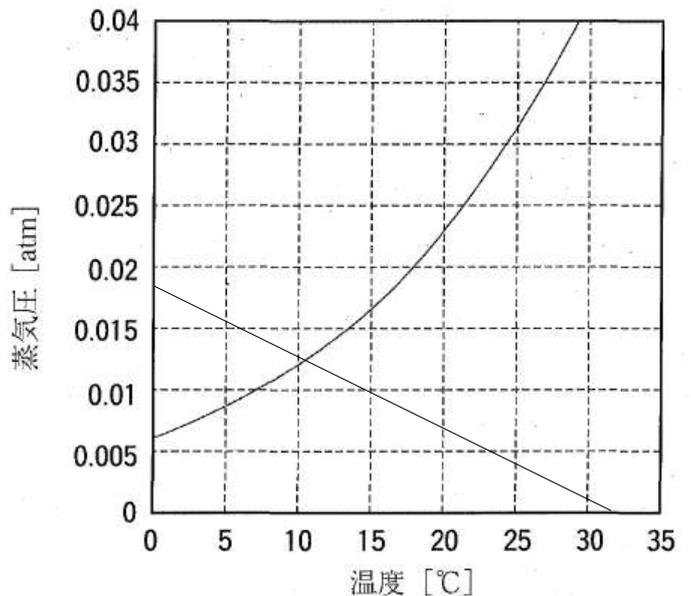


図 2 水の飽和蒸気圧