

入試問題研究 第114回 2002年 東京大学 後② 電磁気(地磁気)

ある地点の地磁気の磁界の向きは水平面内にあり、正確に南北方向を向いていると仮定する。この地磁気の磁束密度の大きさを測る装置を組み立てたい。

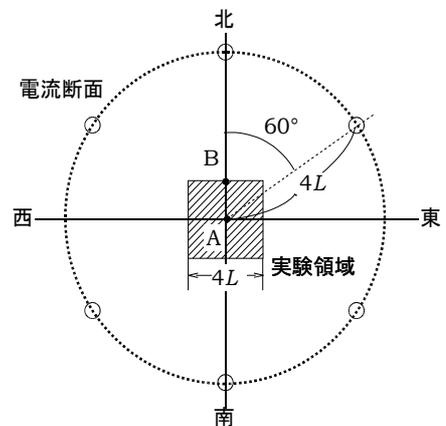
- I まず、電線を円状にして電流を流し、その円の中央にできる磁界を利用して地磁気を測る装置を表1に示されているような実験器具を適当に使って組み立てる。
- (1) 円電流の作る磁界を利用して地磁気の磁束密度の大きさを測定する方法を提案せよ。その際、それに必要な実験装置を、電気回路を含めて図に描いて示せ。特に、円状の電線をどの方向に向けて置くか分かるように説明せよ。
 - (2) その地点での地磁気の磁束密度は 3×10^{-5} [N/Am] であると予測されている。提案した方法を用いてこの磁束密度の大きさを計測する場合、実験装置として実現可能な電流値および円の半径の組み合わせの一例を示せ。ただし、空気の透磁率を $4\pi \times 10^{-7}$ [B/A²] として、有効数字は1桁でよい。
- II 設問Iとはできるだけ異なる測定原理に基づいて地磁気を測る方法を提案し、その装置図を示し、測定方法を説明せよ。その際、実際に測定する量と磁束密度との関係を明示せよ。必要ならば表1に無い器具を用いてもよい。

表1

永久磁石、すべり(可変)抵抗、交流電源、コンデンサー、スイッチ、ストップウォッチ、鉄の円板、鉄の棒、電圧計、電子線源、電線、電池、てんびん、電流計、はく検電器、ばねばかり、分度器、方位磁針、豆電球、モーター

次に、地磁気の影響が少ない場所で行いたい実験があるので、直線電流の作る磁界を使って地磁気をほぼ打ち消した実験領域を作りたい。その実験領域は一辺が $2L$ の正方形とする。

- III 図に示すように、6本の十分に長い直線電線を実験領域の中心点Aを中心とする半径 $4L$ の円周上で60度間隔に、かつ紙面(水平面)と垂直に配置する。そのうちの4本に電流を流すことによって、実験領域にできるだけ一様な時下を作って地磁気を打ち消したい。この4本の電線に流す電流の大きさはすべて同じで I とする。



- (1) どの電線にどちら向きの電流を流せばよいか。
- (2) 設問III(1)で求めた4本の電流が図の点Aに作る磁界の強さ H_A はいくらか。 I と L を用いて表せ。
- (3) 設問(1)で求めた4本の電流が図の点Bに作る磁界の強さ H_B はいくらか。 I と L を用いて表せ。また、 H_A と H_B の差は H_A の何%か。有効数字1桁で求めよ。
- (4) 点Aで地磁気を打ち消すのに必要な I はいくらか。 L は 0.10 [m]、地磁気の磁束密度は 3×10^{-5} [N/Am]、空気の透磁率を $4\pi \times 10^{-7}$ [B/A²] とし、有効数字2桁で求めよ。

入試問題研究 第114回 2002年 東京大学 後② 電磁気(地磁気) 解答・解説

I 電流が作る磁界の公式を用いる基本問題である。

(1) 半径 a の円形の電線を円の面が東西に向くように配置する。円電流の作る磁界の公式

$$H = \frac{I}{2r} \text{ より、円電流が作る磁束密度は } B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2r} \text{ になる。}$$

地磁気の磁束密度の大きさを B_0 とする。方位磁針を円電流の中心に置き、磁針の向きを測定する。電流を流す前の磁針の方向(北向き)からの角度のずれを θ とする。

地磁気と円電流が作る磁界との合成磁界の向きに磁針が向くから $\tan \theta = \frac{B}{B_0}$ になる。

よって、地磁気の強さは $B_0 = \frac{B}{\tan \theta} = \frac{\mu_0 I}{2a \tan \theta}$ である。

(2) 正確に測定するには、地磁気と円電流による磁界が同程度の大きさになるようにすればよい(45°程度に振れるように)。地磁気の磁束密度は 3×10^{-5} [N/Am] であるから、円電流が

作る磁束密度 $B = \frac{\mu_0 I}{2a}$ より、 $3 \times 10^{-5} \approx \frac{4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times I}{2a}$ であればよい。よって、

$$\frac{I}{a} \approx \frac{3 \times 10^{-5}}{2 \times 3.14 \times 10^{-7}} \approx 50 \text{ である。よって、半径 } 20 \text{ [cm] の円形電線で } 10 \text{ [A] 流せばよい。}$$

II 設問 I とはできるだけ異なる測定原理に基づいて地磁気を測る方法との条件があることと、必要ならば表 1 に無い器具を用いても良いの2つの条件から次のような方法が考えられる。

①「電磁誘導の法則」を用いる方法

②「ホール効果」を用いる方法

III 地磁気の大きさと反対向きの磁界を作ってやればよい。

(1) 東側の2本の電線(1と2)には紙面裏から表向き、西側の2本の電線(4と5)には紙面表か裏向きの電流を流せばよい。北と南の電線(3と6)は東西方向の磁界を作るだけなので不要である。

(2) 4本の電流は磁界の東西成分が互いに打ち消し合うので、南北成分のみを考えるとよい。

直線電流が作る磁界の強さの公式 $H = \frac{I}{2\pi r}$ より、

中心である点 A に作る磁界の強さ H_A は

$$H_A = \frac{I}{2\pi \times 4L} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = \frac{\sqrt{3}I}{4\pi L} \text{ である。}$$

(3) (2) の場合と同様に東西成分が互いに打ち消し合うので、南北成分のみを考えるとよい。

$$H_B = \left(\frac{I}{2\pi \times l_1} \times \sin \theta_1 + \frac{I}{2\pi \times l_2} \times \sin \theta_2 \right) \times 2 = \frac{I}{\pi} \left(\frac{\sin \theta_1}{l_1} + \frac{\sin \theta_2}{l_2} \right) \text{ である。}$$

$$l_1 = \sqrt{(2\sqrt{3}L)^2 + L^2} = \sqrt{13}L \quad , \quad l_2 = \sqrt{(2\sqrt{3}L)^2 + (3L)^2} = \sqrt{21}L \quad , \quad \sin \theta_1 = \frac{2\sqrt{3}L}{\sqrt{13}L} = \sqrt{\frac{12}{13}} \quad ,$$

$$\sin \theta_2 = \frac{2\sqrt{3}L}{\sqrt{21}L} = \sqrt{\frac{12}{21}} \text{ だから、 } H_B = \frac{I}{\pi} \left(\frac{\sqrt{12}}{13L} + \frac{\sqrt{12}}{21L} \right) = \frac{68\sqrt{3}I}{273\pi L} \text{ である。}$$

よって、 $H_A = \left(1 - \frac{68 \times 4}{273} \right) \times 100 = \frac{100}{273} \approx 0.366\% \dots$ より、わずか 0.4% の誤差しかないのだ。

(4) $H_A = \frac{\sqrt{3}I}{4\pi L}$ で地磁気を打ち消すので、 $3.0 \times 10^{-5} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{\sqrt{3}I}{4\pi \times 0.10}$ を満たせば

よい。よって、 $I = \frac{3.0 \times 0.10 \times 10^2}{\sqrt{3}} = 17.32\% \dots$ だから、点 A で地磁気を打ち消すのに必要な電流は 17 [A] である。

