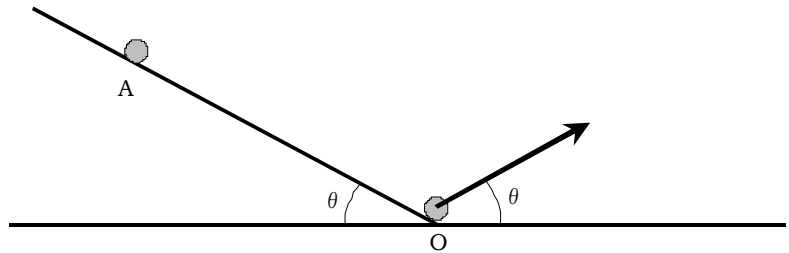


入試問題研究 第12回 2002年度 神戸大学 前期① (力学: 基礎レベル)

次の文章を読んで、問1から7に答えなさい。問4から6については、導出の過程も簡潔に示しなさい。(30点)

図のように斜面上の点Aで静止していた質量 m の小球が斜面をすべって下降し、点Oで水平面に衝突して跳ね上がる。斜面の傾きを θ 、AO間の距離を d 、重力加速度は g とする。また、小球と面との間の摩擦および、空気の抵抗は無視できて、水平面と小球の反発係数は1とする。



問1 小球が斜面上にあるとき、小球に働く力とそれらの合力を図に描いて示しなさい。力のベクトルは矢印として描き、大きさを書き添えること。

問2 斜面を下る際の小球の加速度の大きさ a はいくらになるか。

問3 小球が点Aで斜面をすべりはじめた時刻を0、点Oにいたる時刻を t_0 、水平面に衝突する直前の速さを v_0 、および点Aからの距離 l の時間による変化をグラフに示しなさい。

問4 問3の t_0 および、 v_0 を求めなさい。

問5 小球は、点Oで水平面からの角度 θ 、速さ v_0 で水平面から跳ね上がる。小球が点Oから最高点Bに達するまでの時間 t_1 を v_0 を用いて表しなさい。

問6 小球が再び水平面に落下する位置の、点Oからの距離 l_1 を求めなさい。

問7 最高点Bの高さは点Aの高さより低くなるが、その理由を力学的エネルギー保存の法則を用いて説明しなさい。

入試問題研究 第12回 2002年度 神戸大学 前期① 解答・解説

受験生のほとんどは、この問題で満点近くとれただろう。神戸大学の2次試験では、教科書レベルの問題をミス無く正確に処理することが合格を勝ち取ることが重要です。難しい問題よりセミナークラスの問題で満点が取れるような勉強を目指すことになります。

問1 右図

問2 小球の運動方程式は $ma = mg \sin \theta$ だから、

加速度は $a = g \sin \theta$ である。

問3 等加速度運動の公式より、 $v = g \sin \theta \cdot t$ 、 $l = \frac{1}{2} \cdot g \sin \theta \cdot t^2$

だから、それぞれのグラフは、右下図に示す。

問4 $v_0 = g \sin \theta \cdot t_0$ 、 $d = \frac{1}{2} \cdot g \sin \theta \cdot t_0^2$ より、 $t_0 = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}}$ 、

$v_0 = \sqrt{2gd \sin \theta}$ である。

問5 衝突後の小球の速度は、水平方向が $v_0 \cos \theta$ 、鉛直方向が $v_0 \sin \theta$ である。水平方向は速さ $v_0 \cos \theta$ で等速運動を、鉛直方向は加速度が下向きに g の等加速度運動をする。

また、最高点に達するとき、鉛直方向の速度がゼロになるから、等加速度運動の公式に当てはめて、 $0 = v_0 \sin \theta - g t_1$

だから、最高点に達するまでの時間は $t_1 = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$ である。

問6 水平面に落下する時刻を t_2 とする。等加速度運動の公式より、 $0 = v_0 \sin \theta \cdot t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$ だから、 $t_2 = 0$ 、 $\frac{2v_0 \sin \theta}{g}$ より、

ゼロは不適解だから、落下する時間は $t_2 = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$ である。

水平方向は等速運動だから、落下する位置はO点から $v_0 \cos \theta \cdot \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$ より、 $\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$ で

ある。(∵ $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$)

問7 最高点の高さを h とする。点Aの高さは $d \sin \theta$ だから、力学的エネルギー保存の法則より

$$mgd \sin \theta = \frac{1}{2} m v_{0^2} = mgh + \frac{1}{2} m (v_0 \cos \theta)^2 \text{ が成立する。}$$

よって、 $d \sin \theta - h = \frac{(v_0 \cos \theta)^2}{2g} > 0$ より、 $d \sin \theta > h$ である。よって、最高点Bの高さは点A

の高さより低い。

