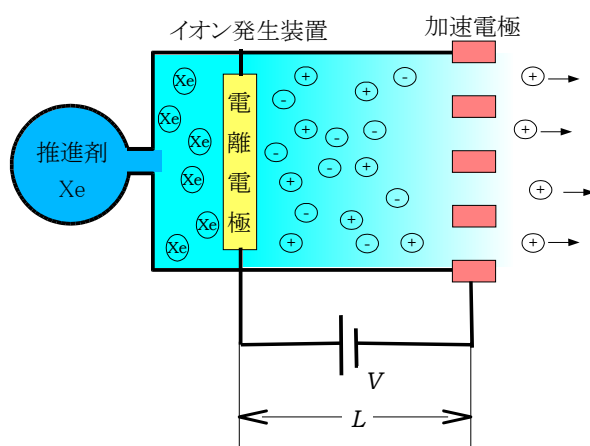


入試問題研究 第120回 2004年 宮崎大学 ③ 電気(イオンロケット)

次の文章を読んで、文中の()に適する答えを書きなさい。ただし、[]には単位を書きなさい。数値を書く場合は小数第1桁まで書きなさい。

ガソリン・エンジン4基の大型輸送機で、エンジン1基あたり毎時800 [kg] のガソリンを消費したとすると、1時間あたりに使うガソリンの全重量は(①)トンになる。それを燃やすのにその約15倍の(②)トンの空気が必要になる。空気の成分を窒素($^{14}_7\text{N}$) 80%、酸素($^{16}_8\text{O}$) 20% とすると、酸素は重量で(③)% 含まれている。空気のない宇宙空間を飛行する化学ロケットの場合は、推進剤(例えばガソリンとすると)(①)トンの他に酸素(④)トンを搭載しなければならない。

2003年に打ち上げられた国産の小惑星探査機「ミューゼスC」には、重量を軽くするためにイオンロケット(右図)が搭載された。イオンロケットは、その推力(=毎秒噴射されるガスの質量×ガスの噴出速度)は小さいが長時間連続使用が可能で、これにより地球出発から帰還まで4年という長い歳月の飛行が可能になっている。イオンロケットはキセノン($_{54}\text{Xe}$)、セシウム($_{55}\text{Cs}$)、ヨウ素($_{53}\text{I}$)などの物質を電気



イオンロケットの概念図

力でイオン化して、それをまず静電場で加速して高速のイオン粒子流を作り、電子流で中和し、最終的には高速のプラズマ流として噴射し推力を得ている。

推進剤のキセノン原子の質量を m [kg]、イオン発生装置の加速距離を L [m]、加速電圧を V [V]、単位時間 [s] あたり N 個のイオンがロケットから噴射される場合を考える。加速領域の電場が一樣とすると電場の強さは(⑤) [⑥]となる。キセノンの原子量はアボガドロ数を N_A とすると(⑦)となる。初速度0のキセノン原子が完全に電離された後、加速されたと考えると、キセノン・イオンの最終速度の大きさは素電荷を e [C]として、(⑧) [m/s]となり、このイオンロケットの推力は(⑨) [⑩]となる。化学ロケットの推力はイオンロケットに比べて 10^5 から 10^6 倍大きい。推進剤(燃料)の消費によりロケットの質量は減少していくが、仮に質量が変化しないとすると、質量が等しく推力が 10^5 倍大きい化学ロケットを10秒間噴射して得られる最終速度に達するには、イオンロケットを(⑪)秒間作動させればよいことになる。化学ロケットに比べてイオンロケットの推力が非常に小さい理由は(⑫)であると考えられる。

入試問題研究 第120回 2004年 宮崎大学 ③ 電気(イオンロケット) 解答・解説

※ イオンロケットは惑星間、恒星間などのように宇宙空間を長期間かけて移動する場合にメリットが現れる推進装置である。地球引力圏からの脱出などには向かないので宇宙開発技術としてはまだ未開拓の推進装置であり、この原理を取り上げている問題だ。同様の推進装置として、「太陽風」推進装置がある(太陽系宇宙ヨットレース計画)。

ガソリン・エンジン4基の大型輸送機で、エンジン1基あたり毎時800[kg]のガソリンを消費したとすると、1時間あたりに使うガソリンの全重量は3200[kg]だから、 $3.2 \cdots \textcircled{1}$ トンになる。それを燃やすのにその約15倍の48.0 $\cdots \textcircled{2}$ トンの空気が必要になる。空気の成分を窒素($^{14}_7\text{N}$)80%、

酸素($^{16}_8\text{O}$)20%とすると、酸素は重量で $\frac{16 \times 0.2}{14 \times 0.8 + 16 \times 0.2} \times 100 = 22.2 \cdots \textcircled{3}$ % 含まれている。空気の無い宇宙空間を飛行する化学ロケットの場合は、推進剤(例えばガソリンとすると) $(\textcircled{1})$ トンの他に酸素 $48 \times 0.222 = 10.66 \cdots$ より、 $10.7 \cdots \textcircled{4}$ トンを搭載しなければならない。

※ ここまでは化学の問題だ！ これ以降からが物理の問題です！

2003年に打ち上げられた国産の小惑星探査機「ミューゼスC」には、重量を軽くするためにイオンロケット(右図)が搭載された。イオンロケットは、その推力(=毎秒噴射されるガスの質量×ガスの噴出速度)は小さいが長時間連続使用が可能で、これにより地球出発から帰還まで4年という長い歳月の飛行が可能になっている。※ 化学ロケットの場合では数分間だけの推力でしかない。

イオンロケットはキセノン($_{54}\text{Xe}$)、セシウム($_{55}\text{Cs}$)、ヨウ素($_{53}\text{I}$)などの物質を電気力でイオン化して、それをまず静電場で加速して高速のイオン粒子流を作り、電子流で中和し、最終的には高速のプラズマ流として噴射し推力を得ている。※ ここまでは、イオンロケットの原理の説明

(ここからが物理の問題です) 推進剤のキセノン原子の質量を m [kg]、イオン発生装置の

加速距離を L [m]、加速電圧を V [V] だから、加速領域の電場の強さは $E = \frac{V}{L}$ [V/m]

$\cdots \textcircled{5}$ 、 $\textcircled{6}$ となる。キセノンの原子量 A とすると、アボガドロ数を N_A とするとキセノン1モルの質量は $m N_A = A \times 10^{-3}$ が成立するから、原子量は $A = 1000 m N_A \cdots \textcircled{7}$ となる(また化学の問題だ！)。単位時間[s]あたり N 個のキセノン・イオンがロケットから噴射される場合を考える。初速度0のキセノン原子が完全に電離された後、加速されたと考え、キセノン・イオン(電荷

$+54e$)の最終速度を v [m/s]として $54eV = \frac{1}{2} m v^2$ より $v = \sqrt{\frac{108eV}{m}} \cdots \textcircled{8}$ [m/s]だ。

[別解] 電場からの力は $f = 54e \cdot \frac{V}{L}$ より、運動方程式は $54e \cdot \frac{V}{L} = m a$ だから、加速度は

$a = \frac{54eV}{mL}$ だ。等加速度運動だから $v^2 - 0^2 = 2 \cdot \frac{54eV}{mL} \cdot L$ になる。よって、 $v = \sqrt{\frac{108eV}{m}}$ で

あるから、推力は $m v N = m \cdot \sqrt{\frac{108eV}{m}} \cdot N = N \sqrt{108emV}$ [N] $\cdots \textcircled{9}$ 、 $\textcircled{10}$ である。

化学ロケットの推力はイオンロケットに比べて 10^5 から 10^6 倍大きい。推進剤(燃料)の消費によりロケットの質量は減少していくが、仮に質量が変化しないとすると、質量が等しく推力が 10^5 倍大きい化学ロケットを10秒間噴射して得られる最終速度に達するには、イオンロケットを $10 \times 10^5 = 1 \times T$ より、 $T = 10^6$ だから、1000000 $\cdots \textcircled{11}$ 秒間作動させればよいことになる。長いように思えるが、これはたったの12日間ほどに過ぎない。瞬発力には欠けるが、長時間継続作動できるイオンロケットの意味がここにあるのだ。※ うさぎと亀のお話と同じでこつこつと頑張ればよい。

イオンロケットの推力 $m v N = m \cdot \sqrt{\frac{108eV}{m}} \cdot N = N \sqrt{108emV}$ において、「毎秒に噴射できる

イオン数 N が非常に少ない $\cdots \textcircled{12}$ ため、推力が小さくなる(その代わり、燃料消費量が非常に少ないので長期間継続作動可能になる)ため考えられる。