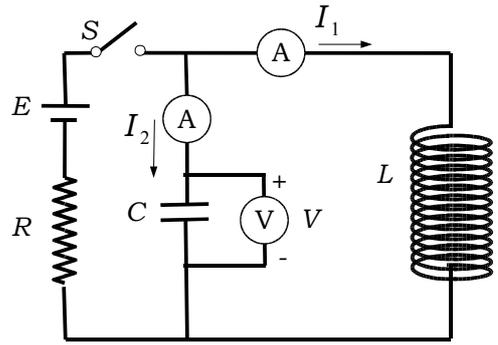


**入試問題研究 第121回 2004年 大阪大学 後② 電磁気**

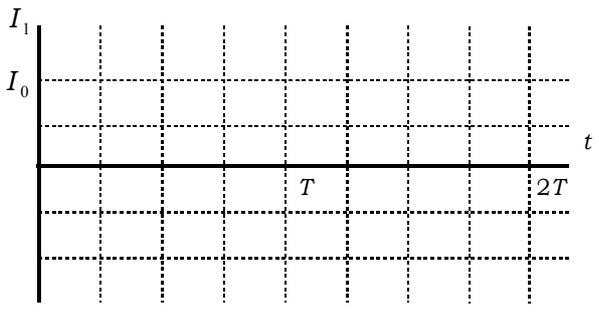
図のように、起電力  $E$  [V] の電池、抵抗値  $R$  [ $\Omega$ ] の抵抗、電気容量  $C$  [F] のコンデンサー、インダクタンス  $L$  [H] のコイルからなる回路がある。コンデンサーには、電圧計が図に示した極性でつながれている。また、2つの電流計が接続されており、それぞれの電流値  $I_1$  [A]、 $I_2$  [A] は、図の矢印の向きを正とする。はじめ、スイッチ  $S$  は開いており、コンデンサーは帯電していない。また、 $I_1$ 、 $I_2$  はともに0であった。電圧計を流れる電流は無視できる。また、配線に用いた導線の抵抗、コイルの直流抵抗、および電池、電流計の内部抵抗は無視できる。以下の問いに答えなさい。ただし、問10以外では電磁波の発生は無視できる。



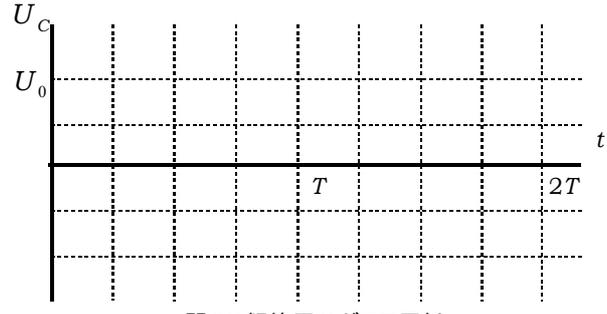
- まず、最初にスイッチ  $S$  を閉じた。
- 問1 その瞬間の  $I_1$  と  $I_2$  の値を、 $L$ 、 $C$ 、 $R$ 、 $E$  のうちから必要なものを用いて表しなさい。  
 スwitch  $S$  を閉じてからしばらくすると、 $I_1$  と  $I_2$  は一定値となった。
- 問2 この状態における  $I_1$ 、 $I_2$  の値を、 $L$ 、 $C$ 、 $R$ 、 $E$  のうちから必要なものを用いて表しなさい。
- 問3 この状態において、コイルに蓄えられているエネルギーと、コンデンサーに蓄えられているエネルギーを  $L$ 、 $C$ 、 $R$ 、 $E$  のうちから必要なものを用いて、それぞれ表しなさい。
- 次に、スイッチ  $S$  を開いたところ、回路に電気振動が生じた。
- 問4 スwitch  $S$  を開いた瞬間の  $I_1$ 、 $I_2$  の値を、 $L$ 、 $C$ 、 $R$ 、 $E$  のうちから必要なものを用いて表しなさい。
- 問5 電気振動の周期  $T$  [s] を求めなさい。
- 問6 スwitch  $S$  を開いた瞬間の時刻を0として、電流値  $I_1$  を時間  $t$  [s] の関数として求めなさい。ただし、電流の最大値を  $I_0$  [A] とし、答えは  $I_0$  と  $T$  を含んだ式で表しなさい。また、 $I_1$  と  $t$  の関係を、下のグラフに描きなさい。なお、縦軸には電流の最大値  $I_0$  が示されている。
- 問7 コイルに蓄えられているエネルギー  $U_L$  [J] を時刻  $t$  の関数として求めなさい。答えは  $I_0$  と  $T$  を含んだ式で表しなさい。
- 問8 コンデンサーに蓄えられているエネルギー  $U_C$  [J] と時刻  $t$  の関係を下のグラフに描きなさい。なお、縦軸には電流の最大値  $U_0$  が示されている。
- 問9 コンデンサーの両端につながれた電圧計の示す値  $V$  [V] を時刻  $t$  の関数として求めなさい。答えは  $I_0$  と  $T$  を含んだ式で表しなさい。

さて、コイルを貫く磁界(磁場)による電磁波の発生を考慮すると、電流の振動はゆっくりと減少する。

問10 どのような過程でコイルから電磁波が発生するのか、説明しなさい。ただし、磁界と電界(電場)の互いの角度についても述べること。



問6の解答用のグラフ用紙



問8の解答用のグラフ用紙

入試問題研究 第121回 2004年 大阪大学 後② 電磁気 解答・解説

問1 まず、最初にスイッチ S を閉じた。その瞬間では、コイルには電流が流れないので、 $I_1=0$  である。コンデンサーの電圧はゼロだから、キルヒホッフの法則より、 $E=(I_1+I_2)R+0$  だから、 $I_2=\frac{E}{R}$  である。

問2 十分時間が経つと、コンデンサーには電流は流れない(充電完了)ので  $I_2=0$  である。また、コイルに流れる電流値は一定値だから、 $E=(I_1+I_2)R+0$  だから、 $I_1=\frac{E}{R}$  である。

問3 この状態では、コンデンサーの電圧はゼロだから、コンデンサーのエネルギーはゼロだ。コイルに流れる電流は  $I_1=\frac{E}{R}$  だから、コイルに蓄えられているエネルギーは  $U_L=\frac{1}{2}LI^2$  であるから、 $U_L=\frac{LE^2}{2R^2}$  である。  
次に、スイッチ S を開いたところ、回路に電気振動が生じた。

問4 スイッチ S を開いた瞬間では、コイルの電流は変化していないので  $I_1=\frac{E}{R}$  である。また、キルヒホッフの第一法則(回路中の任意の点で、流れ込む電流と流れ出す電流のそれぞれの和は等しい)より  $I_2=-\frac{E}{R}$  である。

問5 共振回路になっているので、共振回路の振動数の公式  $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  だから、電気振動の周期は  $T=2\pi\sqrt{LC}$  [s] である。

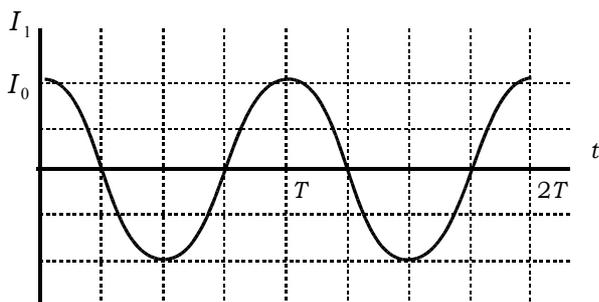
問6 スイッチ S を開いた瞬間の時刻を 0 のとき、 $I_1=\frac{E}{R}$  であり、電流の最大値を  $I_0$  [A] だから、 $I_1$  を時間  $t$  [s] の関数として表すと、 $I_1=I_0\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{\pi}{2}\right)$  となる。よって、 $I_1=I_0\cos\frac{2\pi}{T}t$  である。

問7 コイルに蓄えられているエネルギーの公式  $U_L=\frac{1}{2}LI^2$  に代入すると  $U_L=\frac{1}{2}L\left(I_0\cos\frac{2\pi}{T}t\right)^2$  だから、  
 $U_L=\frac{LI_0^2}{4}\left(1+\cos\frac{4\pi}{T}t\right)$  [J] である。

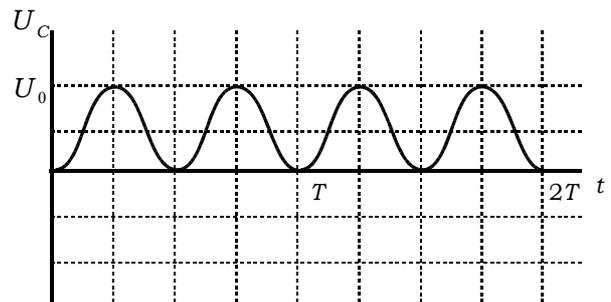
問8 コイルとコンデンサーのそれぞれに蓄えられているエネルギーの合計は一定になる。 $\frac{LI_0^2}{2}+0=U_L+U_C$  より、  
 $\frac{LI_0^2}{2}+0=\frac{LI_0^2}{4}\left(1+\cos\frac{4\pi}{T}t\right)+U_C$  だから、 $U_C=\frac{LI_0^2}{4}\left(1-\cos\frac{4\pi}{T}t\right)$  である。

問9 コンデンサーのエネルギーの公式  $U=\frac{1}{2}CV^2$  より、 $\frac{1}{2}CV^2=\frac{LI_0^2}{4}\left(1-\cos\frac{4\pi}{T}t\right)$  だから、両端につながれた電圧計の示す値  $V$  は  $V=\sqrt{\frac{LI_0^2}{2C}\left(1-\cos\frac{4\pi}{T}t\right)}$  [V] である。

問10 コイルを貫く磁界(磁場)が変動すると、その空間に磁界に垂直に電界(電場)が誘起される。誘起されて出来た電界が変動することにより、その周りに電界と垂直方向に磁界が誘起される...のように空間に電磁波が次々と誘起されて電磁波となって広がってゆく。



問6の解答のグラフ



問8の解答のグラフ