

入試問題研究 第123回 2005年 センター試験 ②

A 力学 図1のように、滑車Aが天井に固定されている。水平な床面上に質量 M の小物体Bを置き、Bに伸び縮みしない意図をつけて滑車にかけ、糸の他端に砂を入れた容器Cをつるした。はじめ、容器Cと砂の質量の和が m のとき、糸と床のなす角が θ で小物体Bと容器Cは静止していた。その後、容器Cに砂を加えてその質量を大きくしていくと、小物体Bは床を右向きにすべり始めた。小物体Bと床の間の静止摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。ただし、糸と滑車の質量は無視でき、滑車は滑らかにまわるものとする。

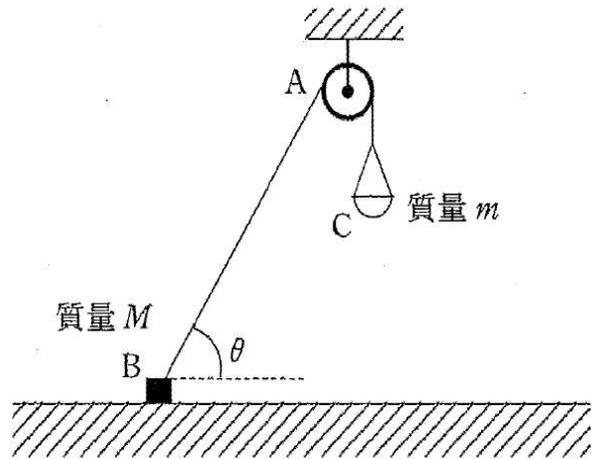


図 1

問1 はじめ、小物体Bと容器Cが静止しているとき、Bが床から受ける摩擦力 F の大きさはいくらか。

問2 容器Cに砂を加えて小物体Bが運動し始めたときの容器Cの砂の質量の和はいくらか。

B 図2のように、水平面A、Bが高さ h の斜面台をはさんで、なめらかにつながっている。平面と斜面代の交線 LA 、 LB は互いに平行で、交線に垂直な斜面台の断面の形は場所によらず同じである。交線 LA に垂直に交わる直線と角度 θ_A をなす方向から、質量 m の小物体が速さ V_A で等速直線運動をしてきて、斜面を通過し、平面Bに到達した。平面B上では、小物体は交線 LB に垂直に交わる直線と角度 θ_B をなす方向に速さ V_B で等速直線運動をした。小物体と面との間に摩擦は無く、また、小物体は面から離れることなく運動する。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

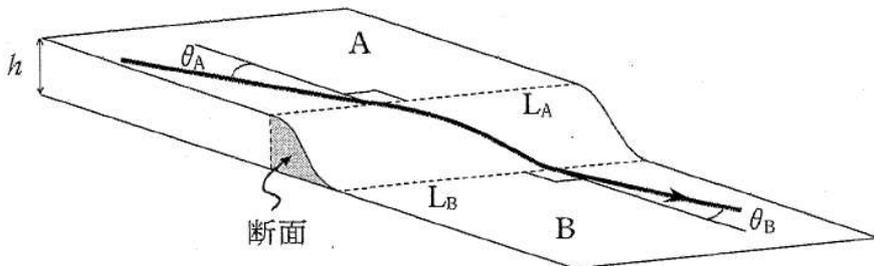


図 2

問3 平面B上での小物体の速さ V_B はいくらか。

問4 速さ V_A 、 V_B および、角度 θ_A 、 θ_B の間の関係を求めなさい。

問5 小物体の運動量の鉛直上向き成分 p_z の時間変化を表すグラフを示しなさい。

入試問題研究 第123回 2005年 センター試験 ② 解答・解説

A 力のつりあいと摩擦力の基本問題です。

問1 両物体が静止しているので、それぞれに加わる力はつりあうことを使えばよい。

容器Cに働く力のつりあいから重力が鉛直下向きに mg 、糸の張力が鉛直上向きに T であるので糸の張力は $T=mg$ …① である。

物体Bの力のつりあいから、糸の張力は鉛直成分が $T \sin \theta$ 、水平右向きが $T \cos \theta$ である。床からの力は垂直抗力 N 、静止摩擦力が F とすると、 $N=Mg-T \sin \theta$ …② と、

$F=T \cos \theta$ …③ が成立する。③に①を代入して $F=mg \cdot \cos \theta$ …④ である。

よって、床から物体Bが受ける静止摩擦力は $mg \cdot \cos \theta$ である。

問2 物体Bが静止する条件「静止摩擦力は最大摩擦力を超えない」をチェックすればよい。

最大摩擦力の公式 $F_0=\mu N$ 、①、②、④より、 $\mu(Mg-mg \sin \theta) \geq mg \cos \theta$ であればよい。

$\mu M \geq m(\cos \theta + \mu \sin \theta)$ だから、滑らない条件は $m \leq \frac{\mu M}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$ であるから、滑り

出すのは容器C(砂を含む)の質量が $\frac{\mu M}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$ になったときである。

B エネルギー保存の法則、等加速度運動の基本問題です。

問3 摩擦力が働かないので、力学的エネルギー保存の法則を使えばよい。

力学的エネルギー保存の法則より、 $\frac{1}{2}mV_A^2 + mgh = \frac{1}{2}mV_B^2$ …⑤ が成立する。

これより、平面Bでの速度は $V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh}$ である。

問4 「境界線に垂直成分のみが速度変化し、平行成分は速度変化が無い」を使えばよい。

境界線に平行な成分は速度変化しないことから、 $V_A \sin \theta_A = V_B \sin \theta_B$ が成立する。

[参考] $V_A = (V_A \cos \theta_A, V_A \sin \theta_A)$ 、 $V_B = (V_B \cos \theta_B, V_B \sin \theta_B)$ だから、

⑥を、⑤に代入・整理して、 $V_A^2 \cos^2 \theta_A + 2gh = V_B^2 \cos^2 \theta_B$ も成立する。

問5 斜面部分でのみ鉛直方向(z軸)の速度が生じることを考えればよい。

平面A、平面B上を通過中は、鉛直上向き(z軸)の速度はゼロだから、当然、鉛直上向きの運動量 p_z は $p_z=0$ のままである。 ※ 正誤を分けるキーワードになる重要ポイント

斜面を運動中は鉛直下向きに加速するしたがって、z軸下向きの速度が大きくなってゆくの運動量 p_z は $p_z < 0$ で大きさは増加する。 ※ 正誤を分けるキーワードになる重要ポイント

