

入試問題研究 第127回 2005年 センター試験 ⑤B 電気(コンデンサー) ※一部改作

B 図3のように、2枚の広い極板A、Bを向かい合わせた平行板コンデンサーがある。中央には電化を持たない金属板Cが極板A、Bに平行に置かれている。極板A、B、金属板Cの面積はともに  $S$ 、金属板の厚さは  $d$ 、極板A、Bの間隔は  $5d$  である。極板A、Bに垂直に  $x$  軸をとり、極板Aの位置を座標の原点とする。ここで、極板Aを接地し、極板Bに  $Q$  の正電荷を与えた。

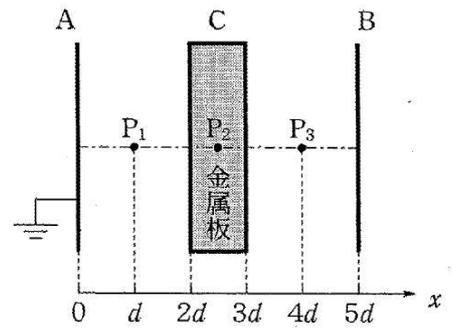


図 3

問4 図3のように、極板A、Bの中心を結ぶ直線上に点  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$

をとる。それぞれの座標は  $x=d$ 、 $\frac{5d}{2}$ 、 $4d$  である。これら3点での電界(電場)の  $x$  成分  $E_1$ 、

$E_2$ 、 $E_3$  はそれぞれいくらか。ただし、電界の  $x$  成分の符号は図3の右向きが正であり、

$$E_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad , \quad \epsilon_0 \text{ を真空の誘電率とする。}$$

問5 極板Bの電位  $V_B$  は問4の  $E_0$  を使って表すとどのようになるか。

問6 次に図4のように、金属板を  $x$  軸正方向に距離  $d$  だけ平行移動した。このとき、極板A、Bの中心を結ぶ直線上の点の  $x$  座標とその点での電位の関係を表すグラフを示しなさい。

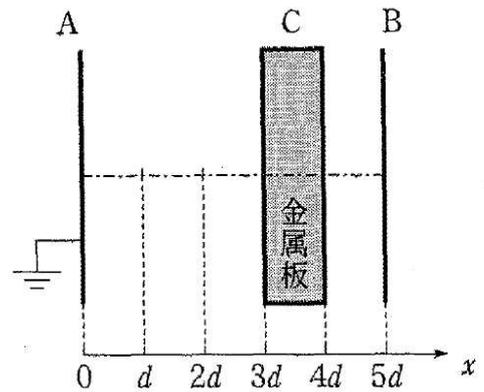


図 4

入試問題研究 第127回 2005年 センター試験 ⑤B 電気(コンデンサー) 解答・解説

問4 **【正統派解法】** 平行板コンデンサーの電気容量の公式は  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$  を使えばよい。

図3のコンデンサーは2つのコンデンサーに分割できる。AC間、CB間にできる2つのコンデンサーともに、電気容量は  $C_{AC} = C_{CB} = \frac{\epsilon_0 S}{2d}$  である。極板Bに  $+Q$  の電荷が与えられるので、金属板C

の右側の電荷は  $-Q$ 、金属板Cの右側の電荷は  $+Q$ 、極板Aには  $-Q$  の電荷がたまる(コンデンサーの互いの極板は、符号が逆で同じ大きさの電荷がたまる)。よって、 $Q = CV$  に代入して

$$Q = \frac{\epsilon_0 S}{2d} \cdot V_{AC} = \frac{\epsilon_0 S}{2d} \cdot V_{BC} \text{ が成立し、両コンデンサーの電圧は } V_{AC} = V_{BC} = \frac{2dQ}{\epsilon_0 S} \text{ である。}$$

公式  $E = \frac{V}{d}$  に代入して、点P<sub>1</sub>の電界が  $E_{AC} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ 、金属板中に電界は無いのでP<sub>2</sub>の電界がゼロ、P<sub>3</sub>の電界が  $E_{AC} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$  である。どちらも、右側が正電荷だから、電界の向きは左向き。よって、点P<sub>1</sub>の電界は  $-\frac{Q}{\epsilon_0 S}$ 、P<sub>2</sub>の電界は 0、P<sub>3</sub>の電界は  $-\frac{Q}{\epsilon_0 S}$  である。

問5 両コンデンサーの電圧は  $V_{AC} = V_{BC} = \frac{2dQ}{\epsilon_0 S}$  だ。極板Bの電位  $V_B$  は右側ほど電位が高い

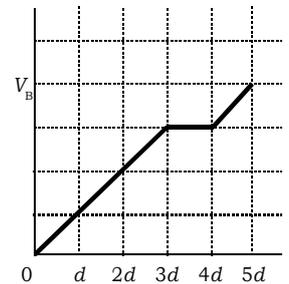
から  $V_{AC} + V_{BC} = +\frac{4dQ}{\epsilon_0 S}$  である。よって、 $4E_0 d$  になる。

問6 図4と同様に解くと  $C_{AC} = \frac{\epsilon_0 S}{3d}$ 、 $C_{CB} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$  である。極板Bに  $+Q$  電荷がたまるので

$$Q = \frac{\epsilon_0 S}{3d} \cdot V_{AC}、Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot V_{BC} \text{ が成立する。よって、 } V_{AC} = \frac{3dQ}{\epsilon_0 S}、$$

$$V_{BC} = \frac{dQ}{\epsilon_0 S} \text{ である。極板C内の電界はゼロだから電位差はゼロ。極板B}$$

の電位は  $V_B = V_{AC} + V_{BC} = \frac{4dQ}{\epsilon_0 S}$  だから、以上の結果よりグラフにすると、右グラフになる。



**【別解】** 正統派では計算に時間がかかるのだが、これをパスする方法がないのだろうか？

**【電気力線による解法】** コンデンサー極板内にできる電気力線を考えればよい。

「電荷  $Q$  [C] から出る電気力線の本数は  $N = 4\pi k_0 Q$  ( $k_0$  はクーロンの法則の比例定数) である」という理論を使うのだ。この場合はクーロンの比例定数  $k_0$  の代わりに真空の誘電率

$\epsilon_0$  を使うので  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$  使って変換する。「電界は電気力線の密度に等しい」も重要だ。

[解答への道筋] 各極板の電荷が  $\pm Q$  だから、電気力線の本数は  $N = 4\pi k_0 Q = \frac{Q}{\epsilon_0}$  で、左向き

だ。面積は  $S$  だから電界の大きさは  $E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$  である。よって  $-\frac{Q}{\epsilon_0 S}$  である。

極板Bの電位は  $E_0 \times 2d + E_0 \times 2d = 4E_0 d$  である。問6でも同様で、電界が等しい(電位の傾きが等しい)ことはすぐに分かるのだ。このような考え方を使えば、解答は容易に見つけ出すことができる。