

入試問題研究 第132回 1995年 東京大学 ③ 原子(原子崩壊)

炭素の原子番号は6であるが、自然界には質量数が12の $^{12}_6\text{C}$ と質量数が13の $^{13}_6\text{C}$ の2種類の安定な同位体が存在する。このほかに、質量数が14の $^{14}_6\text{C}$ ごく微量あるが、これは放射性の同位体で半減期が5730年で β 崩壊をする。 $^{14}_6\text{C}$ は宇宙線によって作られるが、作られ量と β 崩壊によって失われる量がつりあっていて、大気中に場所によらず一定の割合で含まれている。この割合は全炭素原子核数の 10^{-12} 程度であり、大気中の炭素1g当たり毎分15.3個の β 崩壊が起こる量に相当する。この割合は昔も今も同じであると考えられている。生きている植物は光合成により大気から常に炭素を取り込んでいる。この炭素は植物連鎖によって動物にも取り込まれる。したがって、 $^{14}_6\text{C}$ は生きている生物体にも大気中と同じ割合で常に存在することになる。生物が死ぬと、その時点から $^{14}_6\text{C}$ を新しく取り込めなくなるので、生物体内における $^{14}_6\text{C}$ の割合は $^{14}_6\text{C}$ の半減期にしたがって減少する。以下の設問に答えよ。

I $^{14}_6\text{C}$ が β 崩壊して出来る原子核の原子番号と質量数はそれぞれいくらか。

II ある古い生物の死体に含まれる炭素を調べてみると、炭素1g当たり毎分1.7個の β 崩壊が起きている。この生物体中の総炭素原子核数に占める $^{14}_6\text{C}$ の数の割合は、大気中での割合と比べて何%になっているか。

III この生物はおよそ何年前に死んだものか。図3に関数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフを示す。このグラフから必要に応じて数値を読み取ってよい。

IV 半減期を単位にして計ったある時間(例えば半減期の10万分の1)の間に崩壊する原子核数を計り初めの原子核数で割った割合は、どのような放射性同位体でも半減期と無関係に一定であることを示せ。

V 1秒間に崩壊する原子核の数を放射能の強さという。三重水素 ^3_1H も放射性の同位体でやはり β 崩壊をする。いま、 $^{14}_6\text{C}$ 1.0gと、 ^3_1H 0.46mgの放射能の強さを比べたら、互いに同じであった。 ^3_1H の半減期を求めよ。 ^3_1H の質量を3[u]、 $^{14}_6\text{C}$ の質量を14[u]とせよ。

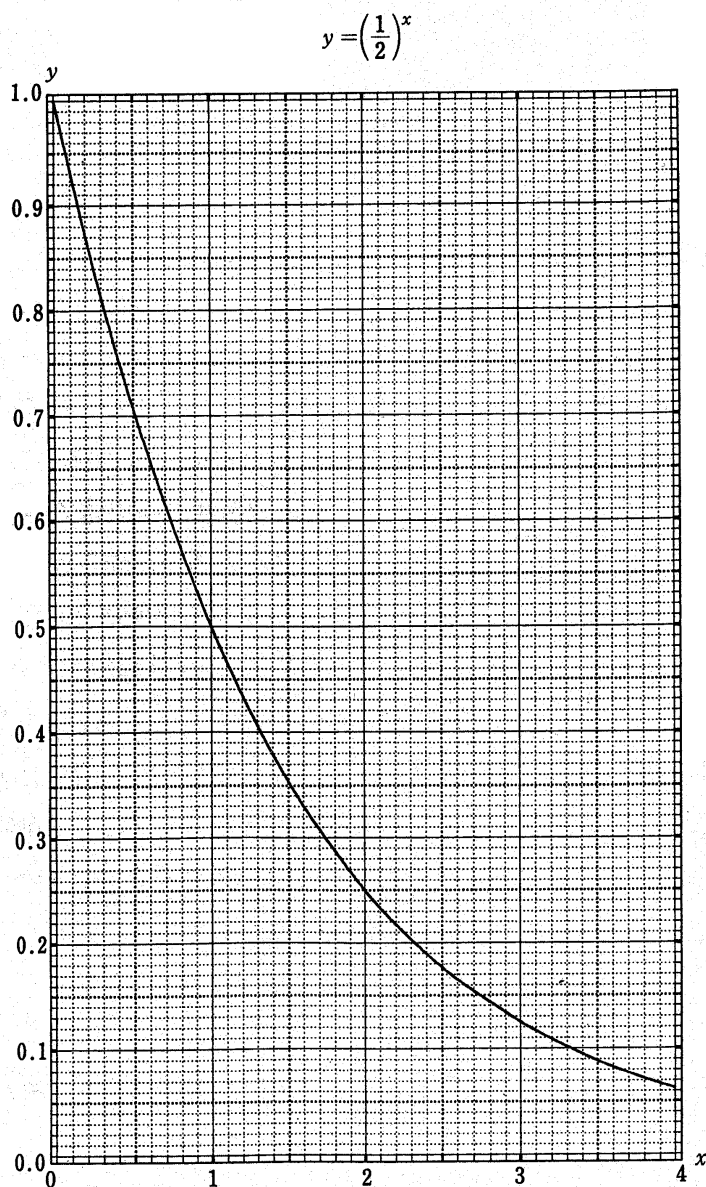


図 3

入試問題研究 第132回 1995年 東京大学 ③ 原子(原子崩壊) 解答・解説

I β 崩壊は電子を放出して原子核が崩壊する。よって、原子核の質量数は変わらないが、電気量保存の法則から原子番号が1増える (${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + e^-$)。よって、原子番号は7になり、質量数は14である。

II 大気中の炭素 1g 当たり毎分 15.3 個の β 崩壊が起こる。古い生物の死体に含まれる炭素は、炭素 1g 当たり毎分 1.7 個の β 崩壊が起きる。 ${}^{14}_6\text{C}$ の量に比例して β 崩壊が起こっているから、この生物体中の総炭素原子核数に占める ${}^{14}_6\text{C}$ の数の割合は、大気中でのその割合と比べて $\frac{1.7}{15.3} = 0.111\dots$ だから、11% である。

III 図3の関数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフから、 $y = 0.111$ のときの $x = 3.15$ である。よって、生物体の死後から半減期の 3.15 倍の時間が経過している。よって、18000 年前に死んだ(18000 年前に生きていた)生物であることがわかる。

IV 半減期の定義式 $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ を使って考えよう。 $\Delta t = kT$ (k は半減期の倍率で非常に小さい)とする。 Δt の間に崩壊する原子核数は $\Delta N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} - N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t+\Delta t}{T}}$ だから、 $\frac{\Delta N}{N} = \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k \right\}$ である。右辺には半減期 T が含まれないから、定数になる。よって、どのような放射性同位体でも半減期と無関係に一定値である。

V ${}^{14}_6\text{C}$ の原子核数を N_C 、 ${}^3_1\text{H}$ の原子核数を N_H とする。 ${}^{14}_6\text{C}$ 1.0 g と、 ${}^3_1\text{H}$ 0.46 mg だから、 $3N_H : 14N_C = 0.00046 : 1.0$ が成立するから、 $\frac{N_H}{N_C} = \frac{14 \times 0.00046}{3} \dots \textcircled{1}$ である。

また、放射能の強さは同じだから、1秒当たりの崩壊数は同じだ。これを ΔN 個としよう。次にIVの結果を使ってみよう。半減期を、 ${}^{14}_6\text{C}$ が T_C 、 ${}^3_1\text{H}$ が T_H であるとする。

${}^{14}_6\text{C}$ の場合、 $\Delta t = kT_C$ 経過したとき $\frac{\Delta N_C}{N_C} = \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k \right\}$ が成立する。 Δt が小さいの

で、崩壊速度の変化は無視でき $\Delta N_C = \Delta N \cdot kT_C$ だから $\frac{\Delta N kT_C}{N_C} = \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k \right\}$ である。

${}^3_1\text{H}$ の場合、 $\Delta t = kT_H$ 経過したとき $\frac{\Delta N_H}{N_H} = \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k \right\}$ が成立する。 Δt が小さいの

で、崩壊速度の変化は無視でき $\Delta N_H = \Delta N \cdot kT_H$ だから $\frac{\Delta N kT_H}{N_H} = \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k \right\}$ である。

以上より、 $\frac{\Delta N kT_C}{N_C} = \frac{\Delta N kT_H}{N_H}$ だから $\frac{N_H}{N_C} = \frac{T_H}{T_C} \dots \textcircled{2}$ が成立する。①、②の関係式より

$\frac{T_H}{T_C} = \frac{14 \times 0.00046}{3}$ が成立するから $T_H = \frac{5730 \times 14 \times 0.00046}{3} = 12.30\dots$ である。よって、三

重水素の半減期は 12 年であることがわかる(有効数字は2桁)。