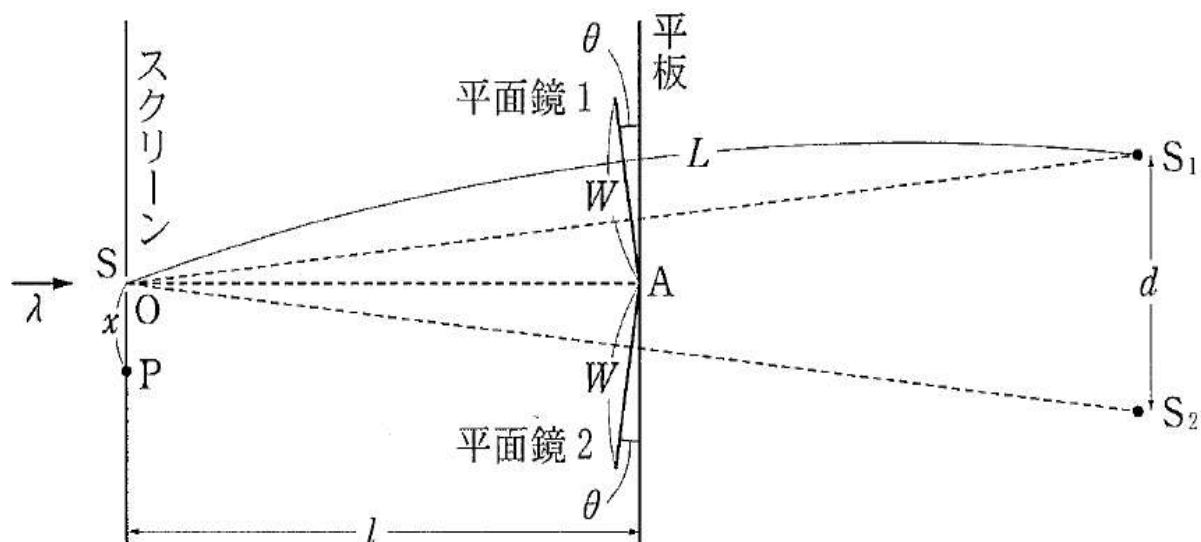




図のように、スクリーン上の点OにスリットSがある。スクリーンから l だけ離れた平板上に点Oから下ろした垂線の足を点Aとする。幅 W の長方形の平面鏡1、2を点Aで辺同士が接するように置いた。

スリットSの左方から波長 λ の単色光を入射し、平面鏡1、2を平板に対して同じ角 θ だけ傾けたところ、スクリーン上に明暗のしま模様ができる。これは、スリットSの平面鏡1、2による虚像(虚光源) S_1 、 S_2 からの光による干渉の結果と考えられる。この装置は屈折率が1の空気中にあるとして、次の問いに答えよ。

(1) スリットSと虚光源 S_1 間の距離 L を l と θ を用いて表せ。

(2) 二つの虚光源 S_1 、 S_2 間の距離 d を l と θ を用いて表せ。

(3) 平面鏡の幅 W が十分広い場合、干渉縞が出来うる範囲は、点Oからどれだけの長さまでか。 l と θ を用いて表せ。

(4) スクリーン上の点Pに点Oのすぐ下の明線ができたとする。点Oから点Pまでの距離 x を θ と λ を用いて表せ。ただし、 x は虚光源からスクリーンまでの距離に比べて十分に小さいとする。

入試問題研究 第135回 2005年 慈恵医科大学 ③干渉 解答・解説

(1) 最初に、スリットSと平面鏡の距離を求める。点Oから平面鏡への垂線足を点Bとする。直角三角形OABより、OBの長さは $l \cos \theta$ になる。虚光源は点Oと平面鏡に対して対称点だから、その2倍がO点と虚光源 S_1 間の距離 L になるので $L = 2l \cos \theta \cdots \textcircled{1}$ である。

(2) 図より、 $\frac{d}{2} = L \sin \theta$ であるから、 $d = 4l \sin \theta \cos \theta$ または $d = 2l \sin 2\theta \cdots \textcircled{2}$ である。

(3) 干渉が起こるのは2つの虚光源から両方の光がやってくる領域に限られる。それぞれの虚光源から点Aを結ぶ直線がスクリーンと交わる点(点C、C'とする)がその境界になる(それを越えると片方からしか光が届かない)。点Oからその領域の端までの長さを x とすると、直線 $S_1 S_2$ から点Aまでの距離は $L \cos \theta - l$ である。点Aをはさむ対応する三角形は相似形より

$$l : L \cos \theta - l = x : \frac{d}{2} \text{ が成立する。これより、干渉が見える領域の端は } x = \frac{dl}{2(L \cos \theta - l)} \text{ で}$$

ある。①、②を代入して、整理すると $x = \frac{4l \sin \theta \cos \theta}{2(2 \cos^2 \theta - 1)}$ より、 $x = l \tan 2\theta$ である。

(4) スクリーン上の点Pに点Oのすぐ下の明線ができたとするのだから、虚光源からの距離の差が波長に等しい(波長の1倍)ことになる。

$$\text{虚光源から点Pの距離は } S_1 P = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + (L \cos \theta)^2}, S_2 P = \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + (L \cos \theta)^2} \text{ であ}$$

$$\text{る。距離の差 } S_1 P - S_2 P \text{ の分子を有理化して } \frac{2dx}{\sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + (L \cos \theta)^2} + \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + (L \cos \theta)^2}}$$

である(いつもの計算法)。 L が十分に大きいという近似を使えばよい。

$$S_1 P - S_2 P = \frac{2dx}{L \cos \theta \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2x+d}{2L \cos \theta}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{2x-d}{2L \cos \theta}\right)^2} \right\}} \text{ となる。 } \left(\frac{2x \pm d}{2L \cos \theta}\right)^2 \approx 0 \text{ だから、}$$

$$\text{これを無視して、整理すると、距離の差 } S_1 P - S_2 P = \frac{dx}{L \cos \theta} \text{ になる。}$$

【干渉の条件】 反射端の条件はどちらのコースも同じだから、**「距離の差が波長の整数倍に等しい位置が強め合う(明線になる)位置」** である。

中央部O点では距離の差がゼロだから、波長のゼロ倍になる位置になる。よって、2つの虚光源からの光が強めあう(明線)位置である。

$$\text{次に明線になる(強めあう)位置は } \text{「距離の差が波長の1倍となる位置」} \text{ だから } \frac{dx}{L \cos \theta} = \lambda$$

$$\text{が成立する。①、②の関係式 } L = 2l \cos \theta, d = 2l \sin 2\theta \text{ を代入して } \frac{2l \sin 2\theta x}{2l \cos \theta \cos \theta} = \lambda \text{ よ}$$

$$\text{り } x = \frac{\lambda}{2 \tan \theta} \text{ である。よって、点Oからすぐ下の明線の位置は } \frac{\lambda}{2 \tan \theta} \text{ 下がった位置だ。}$$