

入試問題研究 第137回 慈恵医科大学 ①力学

図のように、傾きが θ のなめらかな

斜面を持つ質量 M の台を、滑らかな水平面上に固定した。この斜面上の

点 P に質量 m の小物体を置き、斜面

に沿って上方に初速度 v_0

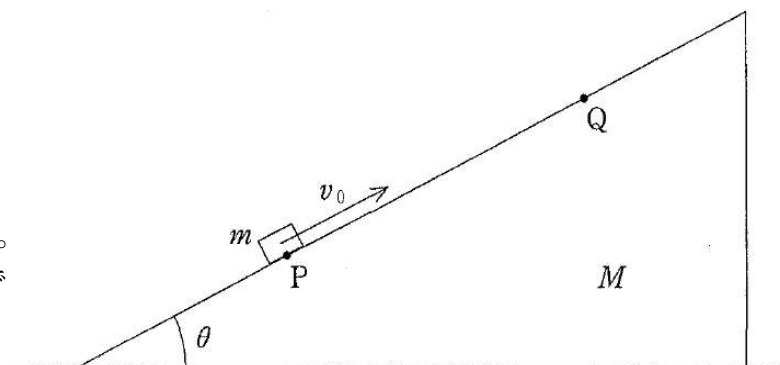
を与えた瞬間に、台の固定をはずした。

すると小物体は斜面に沿って点 Q まで

上がり、斜面を下り始めた。重力加速

度の大きさを g とし、以下の各問い

に答えよ。



問1. 小物体が点 Q に達したとき、台の速さ V はいくらか。

問2. 点 P から点 Q までの距離を θ , M , m , v_0 , g で表せ。

問3. 台の加速度の大きさを A とし、小物体が点 P から点 Q に移動する間に台が移動する距離を A と V を用いて表せ。

問4. 小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N とし、台とともに運動する人の立場で、小物体に働く力は斜面に直交する方向についてはつりあっていることを示す式を記せ。

問5. A と N を θ , M , m , g で表せ。

入試問題研究 第137回 慈恵医科大学 ①力学 解答・解説

※ 水平方向に外力が働いていないので水平方向の運動量が保存する。また、摩擦力が働かないので力学的エネルギー保存の法則も成立する。この点に着目すれば全て終わりだね。

台から見た運動を考えるのだから、そのとき「慣性力」が生じることを忘れないこと！

問1. 最高点Qに達したとき、台の速さ V (同時に小物体の速さでもある)とする。

水平方向の運動量が保存するから $m v_0 \cos \theta = M V + m V$ が成立する。

よって、小物体が点Qに達したときの台の速度は $V = \frac{m v_0}{M+m} \cdots \textcircled{1}$ である。

問2. 点Pから点Qまでの距離を L とする。力学的エネルギー保存の法則を使えばよい。

$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} m V^2 + m g L \sin \theta$ より $2 m g L \sin \theta = m v_0^2 - (M+m) V^2$ が成立する。

これに①を代入し L を求めれば良い。PQの距離は $L = \frac{(M+m \sin^2 \theta) v_0^2}{2(M+m) g \sin \theta}$ である。

問3. 台の加速度の大きさを A 、小物体が点Pから点Qに移動する間に台が移動する距離

x とする。等加速度運動の公式 $v^2 - v_0^2 = 2 a x$ に代入すると、 $V^2 = 2 A x$ が得られる。よつ

て、その間に台が移動した距離は $x = \frac{V^2}{2 A}$ である。

問4. 台とともに運動する人の立場で考える(相対運動の考え方!)。よつて、小物体に働く力に

は「慣性力」が加わる。「斜面上に直交する方向の力がつりあっている」ことを示す式だから、

$N - m g \cos \theta + m A \sin \theta = 0 \cdots \textcircled{3}$ である。

問5. 台が小物体の押される力 N で台の水平方向

の運

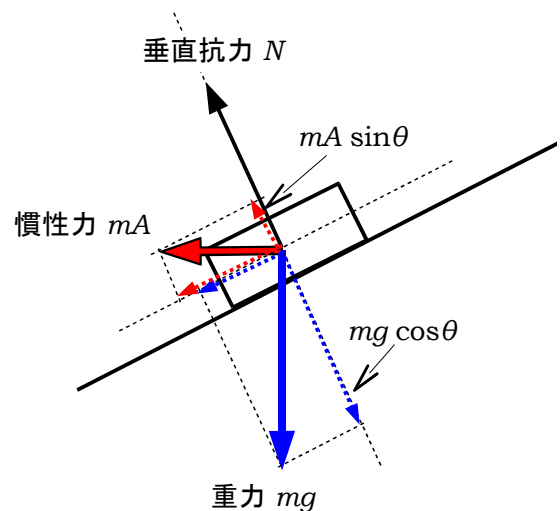
動方程式は $M A = N \sin \theta \cdots \textcircled{4}$ が成立する。③、

④より、 $A = \frac{m g \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta} \cdots \textcircled{5}$ 、④に代入して

$N = \frac{M m g \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ である。

よつて、台の加速度は $\frac{m g \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ 、垂直抗力

は $\frac{M m g \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ である。



※ 床から見た運動として、運動方程式で解くことも出来ます。当然そのときは「慣性力」を考慮する必要はありません。重力、垂直抗力のみになります。

「小物体が運動する方向は角度 θ ではありません！」この場合はこれに注意することです。水平成分、鉛直成分にそれぞれの運動を分解して考えるのです。挑戦してみてください！