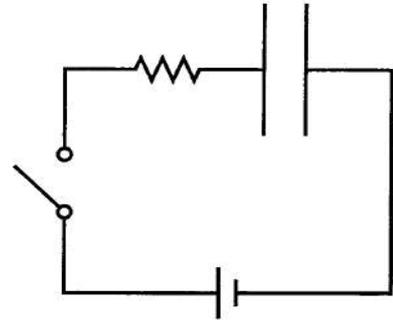


入試問題研究 第148回 2005年 神戸大学 ③ 電気(コンデンサー)

Ⅲ 次の文章を読んで、問1から4に答えなさい。答は問題文で与えられた物理量だけを用いて表しなさい。ただし、導出過程で必要となる物理量があれば各自で定義して解答欄に明示しなさい。重力の影響は無視できるものとする。

平行板コンデンサー、抵抗、電池、スイッチが図のように接続された回路がある。スイッチを閉じると充電が始まり、コンデンサーの極板間の電圧 V がゼロから V_0 まで変化しコンデンサーに蓄えられた電荷 Q が Q_0 に達して充電が終わった。ただし、 V_0 は正とする。



問1 充電の始まりから終わりまでの V を Q の関数として図示しなさい。

問2 充電の過程で極板間の電圧が V_1 ($0 < V_1 < V_0$) のときに、極板間を移動した微小な電荷を考える。この微小な電荷を ΔQ になされた仕事を求めなさい。ただし、微小な電荷が移動する間の極板間の電圧変化は無視してよい。

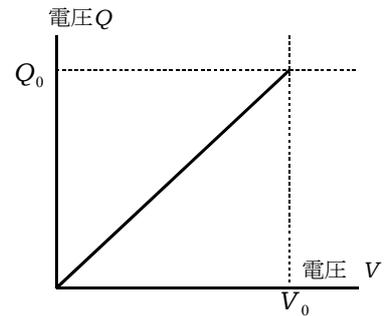
問3 問1、2の結果を使って、充電が終わったときのコンデンサーの静電エネルギー U_0 が $\frac{1}{2} Q_0 V_0$ で与えられることを説明しなさい。

問4 次に、スイッチを開いてからコンデンサーの極板間隔を2倍に広げた。このときに必要な仕事を求めなさい。導出過程も説明しなさい。

入試問題研究 第148回 2005年 神戸大学 ③ 電気(コンデンサー) 解答・解説

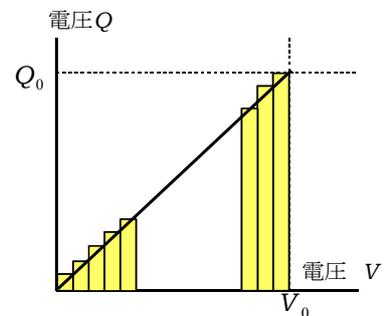
Ⅲ コンデンサーのエネルギーを導く問題であるが、教科書にも出ている通りの問題(いつもの神戸大学の出題傾向そのまま)なので、受験生は十分対応できたものと思われる。

問1 充電を始める前は電圧が0、スイッチを閉じると充電が始まり、コンデンサーの極板間の電圧が V になったとき、コンデンサーに蓄えられている電気量は $Q=CV$ の関係を持つ。電圧が V_0 になったとき、コンデンサーに蓄えられた電荷が Q_0 に達する。この充電の始まりから終わりまでの V を Q の関数として図示すると、右図のようになる。



問2 充電の過程で、極板間の電圧が V_1 ($0 < V_1 < V_0$) のときに、この微小な電荷を ΔQ を極板間で移動させる。電気量 q を電位差 V の間を移動させるときの仕事の公式 $W=qV$ より、このときの仕事は $\Delta W = \Delta Q \times V_1 = V_1 \Delta Q$ である。

問3 右図のように、微小電荷の電気量 ΔQ (黄色の棒の幅) を次々と運ぶたびに電圧 V (黄色の棒の高さ) が増加してゆく、このときになされる仕事も増加してゆくが、充電完了までにする仕事の総量は、それぞれの微小電荷を運ぶときの仕事(黄色の棒の面積)の和になる。微小電荷なので、棒の幅は非常に小さくなり、総仕事量は三角形の面積 $\frac{1}{2} Q_0 V_0$ に近づいてゆく。よって、このコンデンサーに蓄えられているエネルギーは



$$U_0 = \frac{1}{2} Q_0 V_0 \dots \textcircled{1} \text{ になることがわかる。}$$

問4 次に、極板間隔を2倍に広げたコンデンサーを考えよう。コンデンサーに蓄えられている電気量が同じであれば、そこから出てくる電気力線の本数は等しい。「電界の強さは電気力線の密度に等しい」から極板間の電界の強さは、極板間の距離によらない。

よって、それぞれの微小電荷を運ぶときに微小電荷にかかる力は変わりなく、距離が2倍になるので、微小電荷を運ぶときの仕事は問3のときの2倍必要になる。

よって、微小電荷を運ぶ仕事は全て2倍になるから、このコンデンサーに電気量 Q_0 蓄えるまでに必要な仕事は $2U_0$ である。よって、このコンデンサーに蓄えられているエネルギー

$$\text{は } U_1 = \frac{1}{2} Q_0 V_0 \times 2 = Q_0 V_0 \dots \textcircled{2} \text{ になる。}$$

以上より、極板間隔を2倍に広げるときに、②と①のエネルギー差の仕事が必要になることがわかる。よって、極板間隔を2倍に引き離すときの仕事は $U_1 - U_0 = \frac{1}{2} Q_0 V_0$ 必要である。

※ 平行板コンデンサーの公式を使うことも出来るが、より原理的な電気力線と電界の関係を使うほうがふさわしいでしょう。