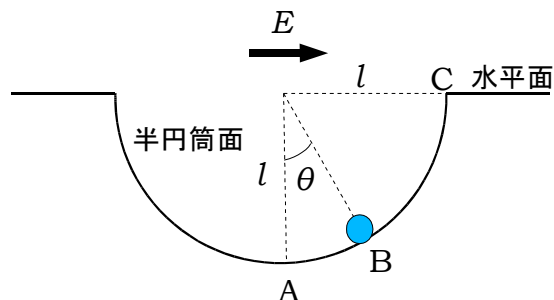


入試問題研究 第15回 2004年 立命館大学 ① (力学、電気) 問題

I 次の あ ~ き を適切な式で埋めよ。

半径 l のなめらかな半円筒面と水平面が、図のように接続している。また、水平方向右向きに、強さ E の電界があり、鉛直下向きには重力が作用している。いま、質量 m 、正電荷 q の小物体を半円筒面上に置いた。重力加速度の大きさを g とし、半円形断面の最下点 A を通る円直線とのなす角 θ で、物体の位置を表す。



(1) 半円筒面上で角度 θ_0 ($< \frac{\pi}{2}$) の位置に物体を置くと、物体は静止した。このとき、力のつりあいより、 $\tan \theta_0 =$ あ である。

(2) 物体を最下点 A に置くと、半円形断面に沿って動き始めた。このとき、角度 θ の位置 B に達したときの速さを v とする。点 A での重力および静電気力の位置エネルギーを 0 とすると、点 B における重力の位置エネルギーは、 い と表され、静電気力の位置エネルギーは、 う となる。すると、エネルギー保存の法則より、 え = 0 が得られる。このとき、物体が半円筒面より上方に飛び出すための条件は、 お となる。

(3) いま、小物体が半円筒面を速さ v_0 で飛び出すとする。物体が飛び出してから、水平面上に落下するまでに要する時間は、 か である。したがって、点 C から落下点までの水平距離は、 き となる。

入試問題研究 第15回 2004年 立命館大学 ① (力学、電気) 解答・解説

- (1) 静電気力が水平方向右向きに $f=qE$ 、重力が下向きに $W=mg$ である。半円筒面からの垂直抗力 N がそれらにつりあう。水平方向は右向き正、鉛直方向は上向き正とする。

垂直抗力を水平と鉛直の2つの方向に分解して $(-N \sin \theta_0, N \cos \theta_0)$ になる。それぞれの方向の力がつりあうことから $qE - N \sin \theta_0 = 0$ 、 $N \cos \theta_0 - mg = 0$ が成立する。

これらより N を消去してやると、答え $\tan \theta_0 = \frac{qE}{mg}$ … [あ] が導き出せる。

- (2) 【コメント】 重力による位置エネルギーの公式は覚えているだろうが、「静電気力による位置エネルギーなんぞ聞いたことが無い」ではダメ! 「位置エネルギーとはなんだろうか?」ということに立ち戻って考えるのだ!

位置エネルギーの考え方(定義)は「位置エネルギーとは、基準点からその位置まで移動させるときの仕事」なのだから、これに戻って「静電気力の位置エネルギー」を考えればよいだけだ。見たことが無いと狼狽してはいけない(落ち着きが大切! 冷静になれば簡単!)。

最下点 A の位置を重力の位置エネルギー、静電気力の位置エネルギーゼロとするのだから、位置 B では、重力の位置エネルギーは $mg l (1 - \cos \theta)$ … [い] (これは簡単だ)。静電気力の位置エネルギーは、静電気力の大きさが $f = qE$ (右向き) より、位置 A から位置 B まで移動させるときに「外力(静電気力に逆らう力だから、左向きに qE)」がする仕事(静電気力 $\times$ 距離)より $-qE \times l \sin \theta$ である(外力の向きと動く向きが逆だから負の仕事)から、点 B での静電気力の位置エネルギーは $-qE l \sin \theta$ … [う] である。

エネルギー保存の法則より、「位置エネルギーと運動エネルギーの和は一定」だから、位置 A と B において、 $mg l (1 - \cos \theta) - qE l \sin \theta + \frac{1}{2} m v^2 = 0$ … [え] が成立する。

半円筒面より上方に飛び出すためには、 $\theta = 90^\circ$ のとき運動エネルギーが 0 より大きければよい。 $mg l (1 - \cos 90^\circ) - qE l \sin 90^\circ + \frac{1}{2} m v^2 = 0$ だから、 $\frac{1}{2} m v^2 = -mg l + qE l > 0$ の条件を満たせばよい。よって、半円筒形の縁より飛び出すためには $qE > mg$ … [お] である。

- (3) 初速度が鉛直上向きに v_0 であるので、鉛直方向、水平方向に分けて計算すればよい。

鉛直方向は重力 mg (下向き) を受けている運動だから、上向きを正として運動方程式を作ると、 $ma_y = -mg$ だから、加速度は $a_y = -g$ である。水平方向は右向きを正として静電気

気力が $f = qE$ が働く。したがって運動方程式は $ma_x = qE$ になり、加速度は $a_x = \frac{qE}{m}$

である。水平面上に落下するとき、鉛直方向 (y 方向) の移動距離がゼロになることから、等加

速度運動の公式 $0 = v_0 t - \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$ より $t = 0, \frac{2v_0}{g}$ だから、落下時刻は $\frac{2v_0}{g}$ … [か] で

ある。また水平方向も等加速度運動の公式に代入して $x = 0 \cdot \frac{2v_0}{g} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{qE}{m} \right) \cdot \left(\frac{2v_0}{g} \right)^2$ だから、

落下位置の水平距離は $x = \frac{2qE v_0^2}{mg^2}$ … [き] である。