

入試問題研究 第154回 2005年 京都大学 ② 電磁気

次の文を読んで、 に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。また、文中に挿入された問1については解答欄にグラフを描け。 **※ グラフを描かせる出題は新傾向！**

図1のように、水平に間隔 l で平行に置かれた2本の十分に長いレールの上に質量 m の導体に乗っている。レールは導体でできており、その太さは l に比べて十分に小さいとする。2本のレールにはそれぞれ端子

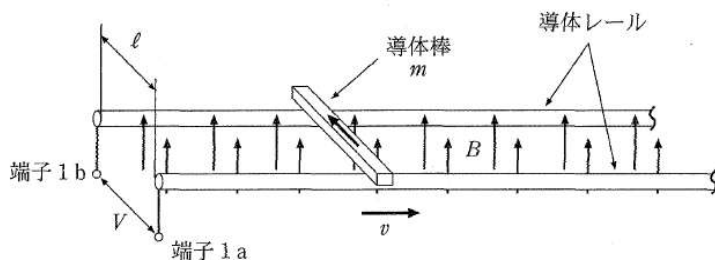


図1

1a、1b が取り付けられている。導体棒は常にレールと直交し、レールと平行な方向のみに滑らかに動くことができ、摩擦は無視できるものとする。導体棒の速度 v は右向きを正とする。2本のレール間には、常に鉛直上向きに一樣な磁束密度 B の磁界がかけられているとし、レールや導体棒を流れる電流によって生じる磁界は無視できるものとする。導体棒上に示した矢印は、導体棒を流れる電流の正の向きを表す。以下では抵抗と明示したもの以外の電気抵抗は無視できるものとする。

- (1) この系を、端子 1a、1b を持つ回路素子と見たときの働きについて調べてみよう。まず、この回路素子に電流が流れる様子を微視的な視点から考察する。レール上に置かれた導体棒中を電荷 q を持った1つの荷電粒子が一定の速度 u で手前から奥へ向かって移動する状況を仮想的に考える。ただし、導体棒の速度 v は u に比べて無視できるものとする。このとき電荷は磁場からレールと平行右向きに イ の力を受ける。電荷が手前側のレールとの接点から出発してもう一方のレールとの接点に到達する間に、導体棒がこの荷電粒子を通じて受ける力積は ロ である。この答えから分かるように、導体棒が受ける力積は電荷の移動速度にはよらない。したがって、他の外力が働かない状況で、静止している導体棒が速度 v まで加速されたならば、その間に導体棒を流れた電荷の総量は $Q = \text{ハ} \times v$ で与えられる。また、このとき導体棒が磁場中を運動していることによって生じる起電力、すなわち端子 1a に対する端子 1b の電圧 V は v を用いない表式で $V = Q / \text{ニ}$ と与えられる。

- (2) 次に、図2に示した電気容量 C のコンデンサー、電気抵抗 R の抵抗、起電力が E の直流電源と2つのスイッチ a、b からなる回路の端子 2a、2b を図1の端子 1a、1b にそれぞれつないだ。各スイッチは最初、左側に倒されており、導体棒は静止していた。この状態から、時刻 $t=0$ においてスイッチ a を右に倒し、直流電源側につな

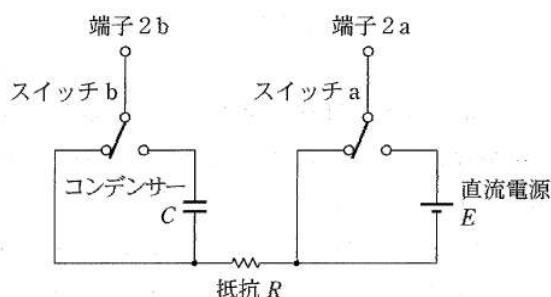


図2

いだところ、導体棒の速度 v は図3に示す様に、次第に増加し、一定値 $v_1 = \text{ホ}$ に近づいた。ここで図3中の T_0 は v が0から $v/2$ になるのに要した時間である。導体棒

の速度が v のとき、導体棒を流れる電流は v を用いて へ と表される。

問 1 解答欄に、このときの、直流電源の仕事率、抵抗における消費電力、および導体棒に働く力の仕事率の時間変化のグラフを、それぞれ実線、破線、点線で描け。なお、横軸の目盛りは図 3 と同じものを用い、縦軸の目盛りは、スイッチ a を右に倒した直後の直流電源の仕事率が 1 となるように選べ、また、記号や式など、3 つの曲線以外のものは記入しないこと。

(3) 今度は、スイッチ b を右側に倒して回路をコンデンサー側につないだ場合を考える。前と同様に、スイッチ a は左に倒しておき、導体棒は静止させておく。スイッチ a を右に倒すと導体棒は動き始め、十分時間が経過した後に導体棒は等速運動をした。等速運動になった後にコンデンサーに蓄えられている電荷は ト、導体棒の速度は チ である。

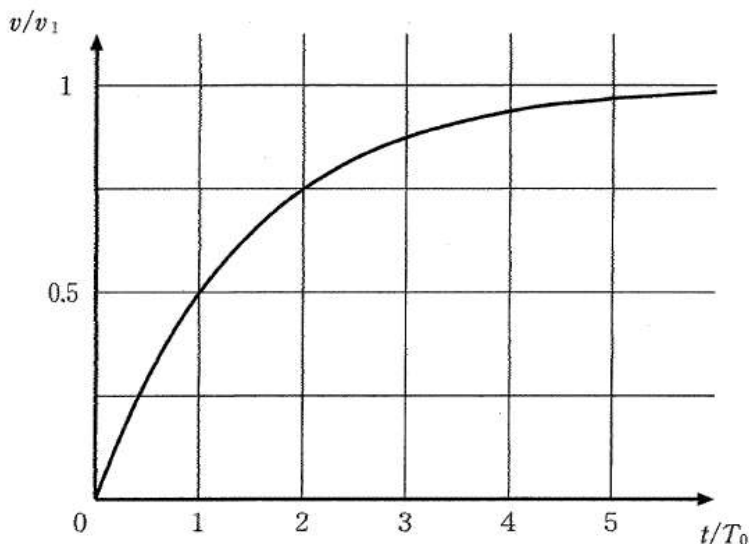


図 3

※ 京都大学のいつもの出題パターンだが、今年は問 1 のグラフを描かせる問題がある。
(1) から (2) までは解けて当然だろう。 問 1 と (3) の問題で合否が決まるでしょうね。

入試問題研究 第154回 2005年 京都大学 ② 電磁気 解答・解説

- (1) 電荷 q の荷電粒子 1 個が一定の速度 u で手前から奥へ磁界中を移動するとき、荷電粒子はローレンツ力 $f = quB \cdots \boxed{\text{イ}}$ の力を受ける。電荷が手前側のレールからもう一方のレールへ達するまでの時間は $t = \frac{l}{u}$ より、棒が受ける力積は $ft = qBl \cdots \boxed{\text{ロ}}$ になる。

※「**導体棒が受ける力積は電荷の移動速度にはよらない**」・・・後で使うので覚えておくこと

したがって、静止している導体棒が速度 v になったので導体棒の運動量変化が mv だから、その間の力積に等しくなる。流れた電荷の個数を N 個とすると、受けた力積は $qBl \times N$ 、流れた電気量の合計は $Q = qN$ だから、 $mv = QBl$ が成立する。よって、流れた電気量の合計は $Q = \frac{mv}{Bl}$ より、 $\frac{m}{Bl} \cdots \boxed{\text{ハ}}$ である。このとき棒が磁場中を運動して

いるため生じる起電力は $V = -vBl$ (電流を妨げる方向)より $V = -\frac{QB^2l^2}{m}$ となるので、

$$-\frac{m}{B^2l^2} \cdots \boxed{\text{ニ}}$$

- (2) 最初、導体棒の速度 v は次第に増加するが、やがて一定値となる(導体棒に電流が流れなくなるので加速しない)。このとき、棒に生じる誘導起電力が電源電圧と打ち消しあってしまうので $E - v_1Bl = 0$ が成立している。よって、その棒の速度は $v_1 = \frac{E}{Bl} \cdots \boxed{\text{ホ}}$ である。

速度が v のとき、誘導起電力は $V = -vBl$ だから、オームの法則より $E - vBl = IR$ が成立するので、導体棒を流れる電流は $I = \frac{E - vBl}{R} \cdots \boxed{\text{ヘ}}$ と表される。

問1 直流電源の仕事率(EI)、抵抗における消費電力(I^2R)、および導体棒に働く力の仕事率(fv)である。それぞれの物理量の時間変化から考えればよい。

直流電源がする仕事率は $EI = E \times \frac{E - vBl}{R} = \frac{E^2}{R} \left(1 - \frac{v}{v_1}\right)$ である。 $\frac{E^2}{R}$ が $t=0$ のときの直流電源がする仕事だから、赤実線のグラフである。

抵抗での消費電力は $I^2R = \left(\frac{E - vBl}{R}\right)^2 R = \frac{E^2}{R} \left(1 - \frac{v}{v_1}\right)^2$ である。 $\frac{E^2}{R}$ が $t=0$ のときの抵抗の消費電力だから、青破線のグラフになる。

棒に働く力のする仕事率 $fv = IBlv = \frac{E - vBl}{R} Blv = \frac{E^2}{R} \left(1 - \frac{v}{v_1}\right) \left(\frac{v}{v_1}\right)$ だから、電流と速度のグラフの積より、茶点線のグラフになる。

- (3) コンデンサー側につないだ場合を考える。金属棒が一定の速度 v_2 になったとする。このときの誘導起電力は $V_2 = -v_2Bl$ であるから、コンデンサーにかかる電圧は $E - v_2Bl$ だから、コンデンサーに蓄えられている電気量は $Q = C(E - v_2Bl) \cdots \text{①}$ より、流れた荷電粒子数は $N = \frac{C(E - v_2Bl)}{q}$ である。 $\boxed{\text{ク}}$ より、荷電粒子 1 個から棒が受け取る力積は qBl だから、流れた電気量全体から受けた力積は $qBl \times N = C(E - v_2Bl)Bl$ である。運動量変化は力積に等しいので $mv_2 = C(E - v_2Bl)Bl$ が成立するから $v_2 = \frac{CEBl}{m + CB^2l^2} \cdots \boxed{\text{ケ}}$ である。①に代入して $Q = C \left(E - \frac{CEBl}{m + CB^2l^2} Bl \right)$ であるから、コンデンサーに蓄えられている電荷は $Q = \frac{CEm}{m + CB^2l^2} \cdots \boxed{\text{コ}}$ である。