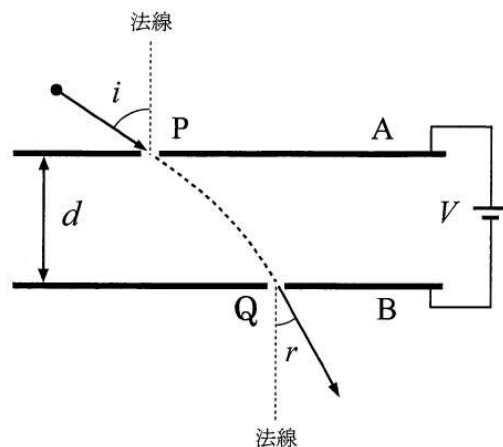


入試問題研究 第156回 2005年 大阪市立大学 ③ 電気・原子

図のように、真空中に間隔 d [m] で平行に置かれた一対の平面極板 A、B があり、極板間に電圧 V [V] がかけられている。陽極側の極板 A には小孔 P が開けられており、ここを通過して質量 m [kg]、電荷(電気量) q [C] ($q > 0$) をもつ粒子が速さ v_0 [m/s] で極板間へ入射し、陰極側の極板 B に開けられた小孔 Q を通過して外に出た。このときの入射角(極板 A の法線方向と入射方向の角度)を i [rad]、放出口(極板 B の法線と放出方向の角度)を r [rad] とする。極板 A、B 間の電場(電界)は一様で、極板に開けた小孔 P、Q は電場には影響を与えないものとする。また、重力は無視できるものとする。プランク定数を h [Js] として、以下の問いに答えよ。



問1 小孔 Q を出たときの粒子の速さ v [m/s] を

d 、 m 、 v_0 、 q 、 V のうちで必要なものを用いて表せ。

問2 粒子は小孔 P から Q に進む間に向きを変える。これは光が異なる媒質の境界を通過する

際の屈折現象と類似している。そこで、光の場合と同様に、「屈折率」を $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ で定義する

ことにする。この n を d 、 m 、 v_0 、 q 、 V のうちで必要なものを用いて表せ。

問3 一般には粒子は、「粒子性」と同時に「波動性」をあわせ持つことが知られており、粒子の波

動性を表す波は「物質波(ド・ブローイ波)」と呼ばれている。そこで、小孔 P に入射する直前、お

よび小孔 Q から放出された直後の粒子の物質波の波長をそれぞれ、 λ_0 [m] および λ

[m] とする。 λ_0 および λ を d 、 m 、 v_0 、 q 、 V 、 h のうちで必要なものを

用いて表せ。また、その比 $\frac{\lambda_0}{\lambda}$ は問2で求めた「屈折率」 n に等しいことを示せ。

入試問題研究 第156回 2005年 大阪市立大学 ③ 電気・原子 解答・解説

※ 問題はド・ブローイ、屈折率などいろいろな言葉が出てくるが、基本的な内容ばかり。

問題文の指示に従って解けばどれも簡単な基本問題であり、得点するのはたやすい。

問1 PQ間で電界(電位差)からの仕事の公式は $W=qV$ [J] であり、これを利用すればよい。

小孔Qから放出される荷電粒子の運動エネルギーは電界からの仕事 qV 分だけ増えるから、

$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + qV$ が成立する。よって、これを解くと、小孔Qから放出されたときの速度

は $v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qV}{m}}$ ……① であることがわかる。

問2 図の上下を y 軸(下向き正)、左右を x 軸(右向き正)としよう。荷電粒子の速度成分を x, y 成分に分解すると、Pから入射したときの速度成分は $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}) = (v_0 \sin i, v_0 \cos i)$ と書ける。PQ間では、横方向に力を受けないので、 x 成分は変わらない。

(参考: 上下方向は電界からの力を受けるので変化し、 y 成分は $v_y = \sqrt{v_0^2 \cos^2 i + \frac{2qV}{m}}$)

文中の、屈折率の定義 $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ に代入して屈折率を求める。まず、右辺が $\sin i = \frac{v_{0x}}{v_0}$ 、

$\sin r = \frac{v_{0x}}{v}$ だから、屈折率は $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v_0}$ である。

①を代入して、このときの屈折率は $n = \sqrt{1 + \frac{2qV}{m v_0^2}}$ ……② と表せる。

問3 物質波(ド・ブローイ波)の公式 $\lambda = \frac{h}{m v}$ である。

Pに入射する直前の波長は、ド・ブローイの公式に代入して $\lambda_0 = \frac{h}{m v_0}$ である。

Qから放出された直後の波長は $\lambda = \frac{h}{m v} = \frac{h}{m \sqrt{v_0^2 + \frac{2qV}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{m^2 v_0^2 + 2mqV}}$ である。

また、その比 $\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\sqrt{m^2 v_0^2 + 2mqV}}{m v_0} = \sqrt{1 + \frac{2qV}{m v_0^2}}$ になるから、②の $n = \sqrt{1 + \frac{2qV}{m v_0^2}}$ と右辺が

同じになっているので $\frac{\lambda_0}{\lambda} = n$ が成立する。よって、問2で求めた「屈折率」 n に等しいことがわかる。

※ このような屈折の考え方は、ニュートンが光の屈折の説明をするときに使った方法だ。

ニュートンは万有引力で光の粒子を物質が引きつけたとした。(ホイヘンスとの戦い)

しかし、物質中の光の速さが真空中より遅いことが分かり敗北したのだった。(敗北)