入試問題研究　第158回　2005年　大阪大学　後期　③　原子(中性子)

電子や中性子、陽子などの粒子には波動性がともなうことがわかっており、これらの波を物質波という。物質波の波長は、粒子の運動量の大きさ p 、プランク定数 h を用いて $\frac{h}{p}$ と表される。中性子の物質波(中性子波)の性質を利用して、中性子の質量を測定する実験を行った。実験装置の立体図を図1に示す。水平な回転軸の周りに回転できる回転台の上に、3個の平板結晶X、Y、Zが互いに平行かつ等間隔に固定されている。この結晶部分の平面模式図を図2に示す。それぞれの結晶では、原子配列面(格子面)は平板結晶の表面に平行であり、隣り合う格子面の間隔は d である。以下の文中の $\boxed{}$ に適切な数式または数値を書き入れよ。

原子炉から取り出した波長 λ の中性子波を、回転台の中空の回転軸を通して結晶Xに当てたところ、ブラッグ反射した。これから、中性子波の入射方向と格子面のなす角を θ 、ブラッグ反射の次数を $n=1$ として、波長は λ $\boxed{(1)}$ であることが分かる。この中性子の運動エネルギーを、 λ 、 h 、中性子の質量 m のうちの必要なものを用いて表すと $\boxed{(2)}$ となる。

図2のように、結晶Xで反射した中性子波は経路ABに沿って進み、結晶Yでさらに反射してD点に向かって進行する。一方で、中性子波の一部は結晶Xで反射せずに透過し、結晶Zで反射してD点に向かう。D点では、経路ABDに沿って進んできた中性子波の一部がそのままE点へ向けて反射する。経路DEでは

両方の中性子波が重なり合っている。経路AB、BD、AC、CDの長さは全て L であり、各結晶の厚みの影響は無視できる。

最初、回転台を水平にしておく。このとき、経路ABDを進んできた中性子波と経路ACDを進んできた中性子波の位相差の絶対値は、D点において $\boxed{(3)}$ である。

次に、E点にやってくる中性子波の強度を中性子計測器で測りながら、経路BDが上になるように回転台を回転させると、中性子波の強度が減少し始めた。この現象について考えて見よう。重力加速度の大きさを g とする。

A点からE点まで経路によらず中性子の力学的エネルギーは保存される。このことを用いると、経路ACの中性子の運動量の大きさを p 、経路BDの中性子の運動量の大きさを p' 、経路ACから測った経路BDの鉛直方向の高さを a として、 p と p' の間には $\boxed{(4)}$ の関

係式が成り立つ。ここで、 λ と λ' の間には、 a を含む等式 $\left(\dfrac{1}{\lambda}\right)^2-\left(\dfrac{1}{\lambda'}\right)^2=$ $\boxed{\quad(5)\quad}$ が成り立つ。ここで、 λ と λ' の差は十分に小さいので、各結晶でのブラッグ反射の角度は a によらず一定とみなすことができ、また、 $\left(\dfrac{1}{\lambda}\right)^2-\left(\dfrac{1}{\lambda'}\right)^2\approx\dfrac{2}{\lambda}\left(\dfrac{1}{\lambda}-\dfrac{1}{\lambda'}\right)$ となる。これを使うと、経路 ABD を進んできた中性子波と経路 ACD を進んできた中性子波の位相差の絶対値は、D 点において $\boxed{\quad(6)\quad}$ と表される。

回転台を回転させてから中性子波の強度が最初に最小となったのは、 $a=1.5$ mm のときであった。 $\lambda=0.15$ nm、 $L=3.5$ cm、 $g=9.8$ m/s^2、および $h=6.6\times10^{-34}$ Js として、中性子の質量 m を kg の単位で有効数字２桁で求めると、この実験では $\boxed{\quad(7)\quad}$ となった。なお、

1 nm = 1×10^{-9} m である。

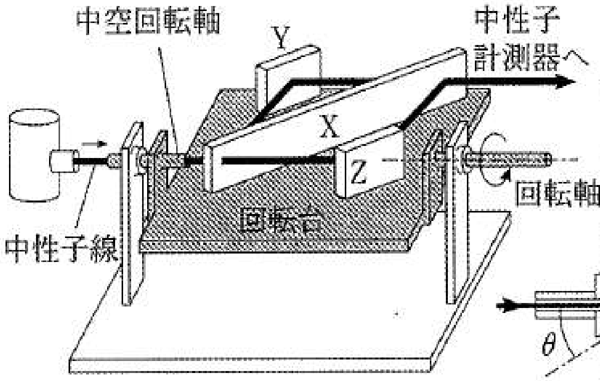

図 1

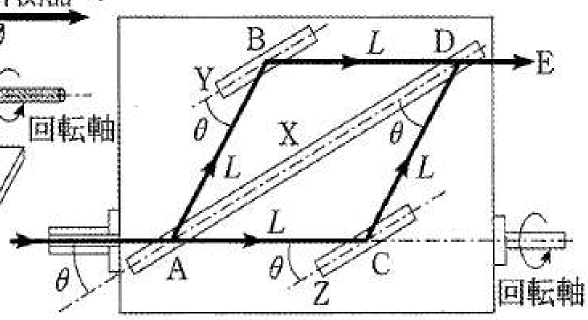

図 2

入試問題研究 第158回 2005年 大阪大学 後期 ③ 原子(中性子)

中性子波の入射方向と格子面のなす角を θ 、ブラッグ反射の次数を $n=1$ とすると、ブラッグ反射の条件式 $2d\sin\theta=n\lambda$ より、波長は $\lambda=2d\sin\theta$ ・・・(1) である。この中性子の運動エネルギーは $K=\frac{1}{2}mv^2$ 、運動量は $p=mv$ 、波長は $\lambda=\frac{p}{h}$ であるから、この中性子の運動エネルギーは $K=\frac{h^2\lambda^2}{2m}$ ・・・(2) と書ける。

回転台が水平のとき、両者の運動エネルギーの違いは起こらない。経路 ABD を進んできた中性子波と経路 ACD を進んできた中性子波の位相差の絶対値は、D 点を通過した直後において 0 ・・・(3) である。

経路 BD が上になるように回転台を回転させる場合、上のコース AB を通る中性子は重力による位置エネルギー増加のため、中性子の運動エネルギーが減少する。(A 点から E 点まで経路によらず中性子の力学的エネルギーは保存されるため)。そのため、中性子波の波長が変化する。

経路 AC の中性子の運動量の大きさを p とすると、経路 AC の中性子の運動エネルギーは $K=\frac{p^2}{2m}$ 、経路 BD の中性子の運動エネルギーは $K'=\frac{p'^2}{2m}=\frac{p^2}{2m}-mga$ になり、経路 BD の中性子の運動量の大きさが $p'=\sqrt{p^2-2m^2ga}$ ・・・(4) となる。中性子の波長は、経路 AC が $\lambda=\frac{h}{p}$ 、経路 BD が $\lambda'=\frac{h}{p'}$ である。よって $\left(\frac{1}{\lambda'}\right)^2=\frac{p^2-2m^2ga}{h^2}$ 、 $\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2=\frac{p^2}{h^2}$ であるので $\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{1}{\lambda'}\right)^2=\frac{2m^2ga}{h^2}$ ・・・(5) である。

各コース間での波数(距離を波長で割ったもの)の差から、各コース間の位相差を求めることが出来る。

公式: 位相差 = 波数差 × 2π

与えられた近似式を使って $\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right)=\frac{2m^2ga}{h^2}$ が得られる。ここで $\frac{L}{\lambda}-\frac{L}{\lambda'}=\frac{m^2gaL\lambda}{h^2}$ と変形して、経路 ABD を進んできた中性子波と経路 ACD を進んできた中性子波の位相差は、D 点直後において $\frac{2\pi m^2gaL\lambda}{h^2}$ ・・・(6) と表される。

回転台を回転させてから中性子波の強度が最初に最小となったのだから、そのときの位相差は π である。このときの測定値 $a=1.5$ mm 、 $\lambda=0.15$ nm、 $L=3.5$ cm、 $g=9.8$ m/s^2、 $h=6.6\times10^{-34}$ Js を代入して、 $\pi=\frac{2\pi m^2\times9.8\times(1.5\times10^{-3})\times(3.5\times10^{-2})\times(0.15\times10^{-9})}{(6.6\times10^{-34})^2}$ だから、 $m=\sqrt{\frac{(6.6\times10^{-34})^2}{2\times9.8\times(1.5\times10^{-3})\times(3.5\times10^{-2})\times(0.15\times10^{-9})}}=1.679\times10^{-27}$ より、中性子の質量は $m=1.7\times10^{-27}$ kg ・・・(7) である。(中性子の質量は正確な値は 1.6749286×10^{-27} kg)