入試問題研究　第16回　2004年　同志社大学　②　電気（コンデンサー）

次の文中の空欄に当てはまる式、または数値を入れなさい。

電気容量 C_1 [F] および C_2 [F] の2個のコンデンサー C_1 、 C_2 、起電力 E [V] の直流電源E、抵抗値 R_1 [Ω] の抵抗 R_1 、抵抗値 R_2 [Ω] の可変抵抗 R_2 、およびスイッチSを図1のように接続した。ただし、電源の内部抵抗は無視できるものとする。

コンデンサー C_1 と C_2 に電荷がたくわえられていない状態で、スイッチSを S_1 の側に入れた直後では、抵抗 R_1 に流れる電流は［ア］[A] であり、 R_2 に流れる電流は［イ］[A] である。十分に時間が経ったとき、抵抗 R_1 に流れる電流は［ウ］[A] である。

その後スイッチSをいったん開き、 S_2 の側に入れて十分に時間がたったとき、コンデンサー C_1 の図中の極板 P_1 に蓄えられる電気量は［エ］[C] で、コンデンサー C_2 の図中の極板 P_2 に蓄えられる電気量は［オ］[C] である。また、コンデンサー C_1 に蓄えられているエネルギーは［カ］[J] である。

次にスイッチSを開き、再び S_1 の側に入れた。その後十分に時間がたつと、抵抗 R_2 の両端の電位差は［キ］[V] で、コンデンサー C_1 の極板 P_1 に蓄えられる電気量は（エ）で求めた電気量と比較して［ク］[C] と変化する。

スイッチSを S_1 の側に入れた状態で、可変抵抗 R_2 の抵抗値を買えると、十分時間がたった後の抵抗 R_2 の消費電力は、抵抗値によって異なる。可変抵抗 R_2 の抵抗値が R_2 ＝［ケ］のとき、抵抗 R_2 の消費電力が最大で、その大きさは R_1 、 E を用いて［コ］[W] と表される。

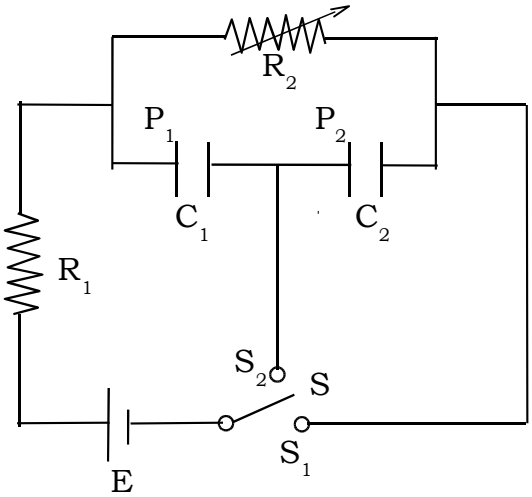

図1

入試問題研究　第16回　2004年　同志社大学　②　電気（コンデンサー）解答・解説

［ポイント］この問題では、「スイッチを入れた直後」、「スイッチを入れて十分時間がたった後」をどのように考えればよいかで結果は分かれる。コンデンサー充電前か、コンデンサー充電完了かの違いであることに気付けば簡単に分かることだが。

最初コンデンサーには電荷がたくわえらていない。最初 S_1 に入れた直後はコンデンサー充電前だから「コンデンサーの電圧はゼロ」である。よって、並列につながっている抵抗 R_2 の電圧はゼロになるので、抵抗 R_2 の電流は0・・・$\boxed{イ}$ であることが分かる。したがって、抵抗 R_1 の電圧は E になるから、抵抗 R_1 に流れる電流は $\dfrac{E}{R_1}$ ・・・$\boxed{ア}$ になる。十分に時間がたった後では、コンデンサーに充電が完了して、コンデンサー側には電流が流れない（抵抗を通る電流のみになる）から、両抵抗に流れる電流は同じになる（直列接続）から、$\dfrac{E}{R_1+R_2}$ ・・・$\boxed{ウ}$ になる。

その後、S_2 につなぎ変えて十分時間がたった後はコンデンサーに充電が完了するから、コンデンサーには電流が流れない。コンデンサーと直列につながっている抵抗 R_1 、R_2 も電流が流れなくなる。よって、抵抗の両端の電位差が無くなるのでコンデンサーにかかる電圧は両コンデンサーともに E になる。したがって、P_1 の極板には $+C_1E$ ・・・$\boxed{エ}$ の電気量が、P_2 の極板には $-C_2E$ ・・・$\boxed{オ}$ の電気量が蓄えられる。また、コンデンサー C_1 に蓄えられるエネルギーは $\dfrac{1}{2}C_1E^2$ ・・・$\boxed{カ}$ である。

次にスイッチを再び S_1 に入れ、十分時間がたった後では、コンデンサーの充電が完了してコンデンサーには電流が流れない。よって、直列につながった抵抗にのみ電流が流れることになる。

電流の流れ方は前問 $\boxed{ウ}$ と同じだから、抵抗 R_2 の電圧は $\dfrac{R_2E}{R_1+R_2}$ ・・・$\boxed{キ}$ である。

［ポイント］　コンデンサーに蓄えられている電気量を計算する上で注意して解かなければいけない点は、「コンデンサーに既に電荷がたまっていた」という前問と異なる部分にある。それさえ分かっておれば、後は「コンデンサーの計算手順のルール」の通りにすれば答えは求まる。

両コンデンサーの極板に蓄えられている電気量を左（P_1）から順に $+Q_1$ 、$-Q_1$ 、$+Q_2$ 、$-Q_2$ 、コンデンサーの電圧を V_1 、V_2 とする。コンデンサーの公式から $Q_1=C_1V_1$ ・・・(1)

$Q_2=C_2V_2$ ・・・(2) が、また、直列につながっているので $V_1+V_2=\dfrac{R_2E}{R_1+R_2}$ ・・・(3) が、また、中央の2つの極板における「電気量保存の法則」より $-Q_1+Q_2=-C_1E-C_2E$ ・・・(4) が成立する。(1)(2)を(4)に代入して $-C_1V_1+C_2V_2=-C_1E-C_2E$ ・・・(5) である。(3)(5) より、V_2 を消去し、

$V_1=\dfrac{C_2R_2E}{(C_1+C_2)(R_1+R_2)}+E$ より、C_1 をかけると $C_1V_1=\dfrac{C_1C_2R_2E}{(C_1+C_2)(R_1+R_2)}+C_1E$ だから、

コンデンサー C_1 の電気量変化は $Q_1-C_1E=\dfrac{C_1C_2R_2E}{(C_1+C_2)(R_1+R_2)}$ ・・・$\boxed{ク}$ である。

R_2 の抵抗値を x とする。$I=\dfrac{E}{R_1+x}$ より R_2 での消費電力 $P=I^2x=\left(\dfrac{E}{R_1+x}\right)^2x$ である。

相加平均≧相乗平均より $P=\dfrac{E^2}{\left(\dfrac{R_1^2}{x}+2R_1+x\right)}\leq\dfrac{E^2}{4R_1}$ ・・・$\boxed{コ}$（等号成立は $x=R_1$ ・・・$\boxed{ケ}$）である。これは電気の専門用語「インピーダンスマッチング」というものにつながるものである。