

入試問題研究 第164回 2004年 兵庫県立大学 ④ 原子核反応(アルファ線)

静止しているラジウム原子核(${}^{226}_{88}\text{Ra}$)がアルファ粒子を放出してラドン原子核(${}^{222}_{86}\text{Rn}$)に変わった。このとき、ラドン原子核の運動エネルギーを測定したところ、 1.4×10^{-14} [J] であった。以下の問いに答えよ。ただし、原子核の質量を必要とするときにはその質量欠損を無視し、アルファ粒子が当たる原子核は常にとまっているものとする。また、必要なら次の定数を用いても良い。なお、有効数字は2桁で答えよ。

原子質量単位 $1\text{u} = 1.7 \times 10^{-27}$ kg 電気素量 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

電子の質量 $m = 9.1 \times 10^{-34}$ kg クーロンの法則の比例定数 $k_0 = 9.0 \times 10^9$ Nm²/C²

プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js 万有引力定数 $G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²

問1 放出されたアルファ粒子の本体は何か？

問2 アルファ粒子を窒素原子核(${}^{14}_7\text{N}$)にあてたところ、陽子が放出された。この場合、陽子以外には生成するものがあるだろうか。もしあるとすれば何が生成したかを理由をつけて答えよ。

問3 同様に、アルファ粒子をベリリウム原子核(${}^9_4\text{Be}$)にあてたところ、電荷をもたず陽子とほぼ同じ質量をもつ粒子が飛び出した。この粒子以外に生成するものがあるだろうか。もしあるとすると何が生成したかを理由をつけて答えよ。

問4 ラジウム原子核からラドン原子核に変わったときに、放出されたアルファ粒子の運動エネルギーを求めよ。

問5 このアルファ粒子を金箔(${}^{197}_{79}\text{Au}$)にあてたところ、散乱がおこった。アルファ粒子が金の原子核に最も接近したときのアルファ粒子と金原子核の間の距離を求めよ。

問6 問2、問3の実験と問5の実験では同じアルファ粒子をあてたにもかかわらず、原子核の種類によって結果がまったく異なっている。この理由を100から200字で述べよ。

入試問題研究 第164回 2004年 兵庫県立大学 ④ 原子核反応(アルファ線)

問1 ヘリウム原子核(${}^4_2\text{He}$) ※これは簡単だね! 覚えているだけで解ける問題

問2 ${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$ の核反応を起こし、右辺の陽子(${}^1_1\text{H}$)のほかに、酸素(${}^{17}_8\text{O}$)が生成される。 ※原子核反応方程式のルール「両辺の質量数の合計、電気量の合計がそれぞれ等しい!」

問3 ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + n$ の原子核反応を起こし、中性子のほかに、炭素原子(${}^{12}_6\text{C}$)が生成される。 ※これも、原子核反応方程式のルールですね。

問4 原子核の質量を、ラジウムが $226M$ 、ラドンが $222M$ 、ヘリウムが $4M$ とする。ただし、 $M = 1.7 \times 10^{-27} \text{ [kg]}$ である。また、速さを、ラジウムが v_{Ra} 、ラドンが v_{Rn} 、ヘリウムが v_{He} とする。 ※よく出る問題のパターンのひとつです。

運動量保存の法則より $0 = 222M \times v_{Rn} + 4M \times v_{He} \dots \textcircled{1}$ が成立する。

また、ラドン原子核の運動エネルギーより $1.4 \times 10^{-14} = \frac{1}{2} \times 222M \times v_{Rn}^2 \dots \textcircled{2}$ が成立する。

①より $4M \times v_{He} = -222M \times v_{Rn}$ であるから、 $\frac{1}{2} \times (4M \times v_{He})^2 = \frac{1}{2} \times (-222M \times v_{Rn})^2$ より
 $\frac{1}{2} \times 4M \times (v_{He})^2 = \frac{1}{2} \times (-222M \times v_{Rn})^2 \div 4M = \frac{1}{2} \times 222M \times (v_{Rn})^2 \times \frac{222M}{4M}$ である。よって、
 $\frac{1}{2} \times 4M \times v_{He}^2 = 1.4 \times 10^{-14} \times 55.5$ より、ヘリウムのエネルギーは $7.8 \times 10^{-13} \text{ [J]}$ である。

問5 ヘリウムが $4M$ 、金が $197M$ とする。初めのヘリウム核の速度を $v_0 \text{ [m/s]}$ 、最接近時の両者の速度を $v \text{ [m/s]}$ 、距離を $r \text{ [m]}$ としよう。 ※これも良くあるパターン

運動量保存の法則より $4M v_0 = 4M v + 197M v$ だから $v = \frac{4}{201} v_0 \dots \textcircled{1}$ である。

エネルギー保存の法則より $\frac{1}{2} \cdot 4M v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 4M v^2 + \frac{1}{2} \cdot 197M v^2 + k_0 \cdot \frac{79e \cdot 2e}{r} \dots \textcircled{2}$

また、アルファ粒子のエネルギーは $\frac{1}{2} \cdot 4M \cdot v_0^2 = 7.8 \times 10^{-13}$ だから、上の①を②に代入して

$\frac{1}{2} \cdot 4M v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot 4M v_0^2 \cdot \left(\frac{4}{201}\right)^2 = k_0 \cdot \frac{158e^2}{r} \dots \textcircled{3}$ が成立する。数値を代入して整理すると最

接近したときの距離は $r = \frac{9.0 \times 10^9 \times 158 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 201}{7.8 \times 10^{-13} \times 197} = 4.7 \times 10^{-14}$ である。

問6 金原子核の電荷が窒素原子核やベリリウム原子核に比べて非常に大きいため、最接近距離($4.7 \times 10^{-14} \text{ [m]}$)が核反応を起こす距離(核の大きさ $10^{-15} \sim 10^{-14} \text{ [m]}$)まで近づけない。そのため核反応が起こらず弾性衝突(その結果散乱される)だけになる。

※問5が大きなヒントになっている(これも良くあるパターン)