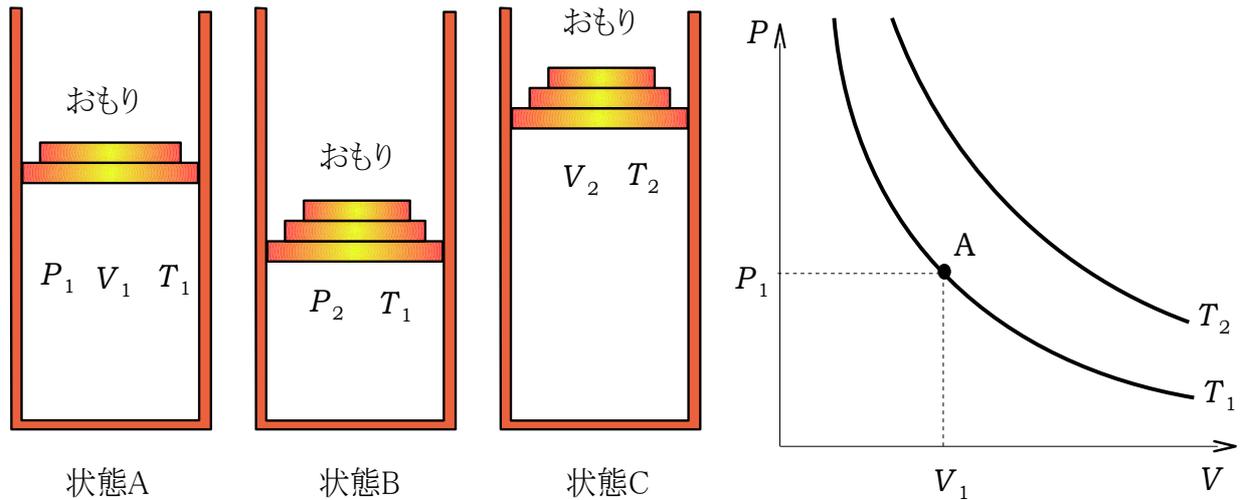


入試問題研究 第 170 回 京都府立大学 ③ 「気体の変化」



図のように、なめらかに動くピストンを備えたシリンダー内に、1モルの単原子分子理想気体が密封されている。始めの状態では、気体は圧力が P_1 [Pa]、体積が V_1 [m^3]、温度が T_1 [K] でのつりあいの状態にある。この状態を状態 A とする。次に、シリンダー内部の気体の温度を T_1 [K] に保ちながら、圧力が P_2 [Pa] になるまで静かにおもりを増加させた。このつりあいの状態を状態 B とする。最後に、状態 B からおもりを一定に保ったまま、シリンダー内部の気体をゆっくり加熱したところ、温度は T_2 [K] に上昇し、体積は V_2 [m^3] となった。このつりあいの状態を状態 C とする。気体定数を R [J/mol·K] として、以下の問いに答えよ。

- (1) 状態 B における気体の体積はいくらか。
- (2) 右上の P(圧力)-V(体積)図に、状態 B および状態 C を表す点(黒丸印)を記入し、状態 A → 状態 B および、状態 B → 状態 C の過程を示す線を描き、変化の向きを矢印で示せ。さらに、状態 A → 状態 B の過程で気体になされる仕事は P-V 図上のどの部分で表せるか、斜線で示せ。
- (3) 状態 B → 状態 C の過程で気体になされた仕事はいくらか。
- (4) 状態 B → 状態 C の過程で気体が吸収した熱量はいくらか。
- (5) 状態 A から状態 C に移ったときの内部エネルギーの増加量はいくらか。

入試問題研究 第170回 京都府立大学 ③ 「気体の変化」 解答・解説

(1) 理想気体の状態方程式 $PV=nRT$ を使うと、状態 B での体積を V_B とすると、状態方程式は $P_2V_B=RT_1$ だから、状態 B での気体の体積は $V_B=\frac{RT_1}{P_2}$ [m³] である。また、

状態 A の状態方程式は $P_1V_1=RT_1$ だから、 $V_B=\frac{P_1V_1}{P_2}$ [m³] とも書ける。

【別解】 ボイルの法則を使うと、 $P_1V_1=P_2V_B$ だから、 $V_B=\frac{P_1V_1}{P_2}$ [m³] でも良い。

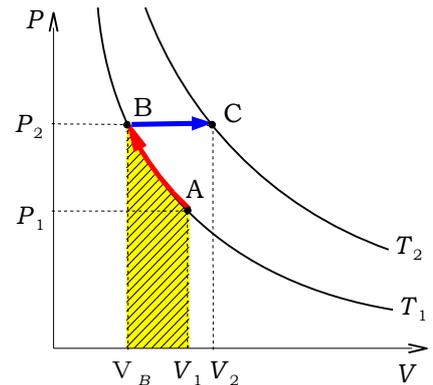
(2) 右図に、状態 A、状態 B および状態 C を黒丸印で表している。赤線が「状態 A → 状態 B」および、青線が「状態 B → 状態 C」の過程である。

また、「状態 A → 状態 B」の過程で気体になされる仕事を表すのは黄色で示す斜線部分である。

【参考】 「状態 A → 状態 B」でなされた仕事は積分して

求めることができる。 $W_{AB}=\int_{V_B}^{V_1} P dV=\int_{V_B}^{V_1} \frac{RT_1}{V} dV$

であるから、 $W_{AB}=RT_1 \log_e \left| \frac{V_1}{V_B} \right|$ である。



(3) 気体が外部にする仕事は $W=P\Delta V$ だから、「状態 B → 状態 C」の過程で気体になされた仕事は $W_{BC}=P_2(V_2-V_B)$ だから $V_B=\frac{RT_1}{P_2}$ を代入して $W_{BC}=P_2V_2-RT_1$ である。状態 C での状態方程式 $P_2V_2=RT_2$ を代入して $W_{BC}=R(T_2-T_1)$ [J] である。

(4) 単原子分子気体の内部エネルギーの公式 $U=\frac{3}{2}nRT$ より、状態 B では $U_B=\frac{3}{2}RT_1$ 、状態 C では $U_C=\frac{3}{2}RT_2$ だから、「状態 B → 状態 C」の過程での内部エネルギーの増加は $\Delta U_{BC}=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)$ である。

(3) より、気体が外部にした仕事は $W_{BC}=R(T_2-T_1)$ であるから、熱力学の第一法則 $Q=\Delta U+W$ を使って、「状態 B → 状態 C」の過程で気体が吸収した熱量は $Q_{BC}=\Delta U_{BC}+W_{BC}=\frac{5}{2}R(T_2-T_1)$ と表すことができる。

【別解】 単原子分子理想気体の定圧モル比熱は $C_P=\frac{5}{2}R$ だから、「状態 B → 状態 C」の過程で気体が吸収した熱量は $Q_{BC}=C_P(T_2-T_1)=\frac{5}{2}R(T_2-T_1)$ である。

(5) 単原子分子理想気体の内部エネルギーの公式は $U=\frac{3}{2}nRT$ である。よって、状態 B では $U_A=\frac{3}{2}RT_1$ 、状態 C では $U_C=\frac{3}{2}RT_2$ だから、「状態 A → 状態 C」の過程での内部エネルギーの増加量は $\Delta U_{AC}=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)$ である。