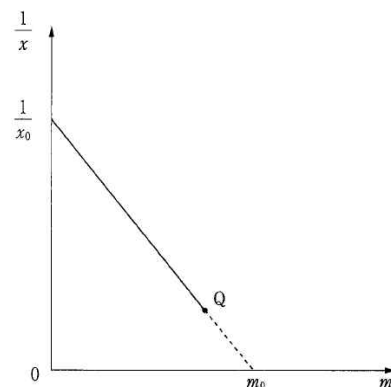
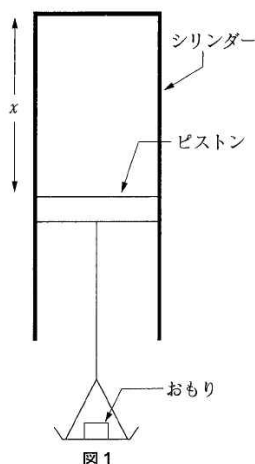


入試問題研究 第180回 2006年 関西学院大学 ③ 「気体の変化」

図のように、ピストンにおもりがつり下げられるようになっている装置を使って次のような実験を行った。

実験A おもりを変えてシリンダー（円筒容器）の底面からピストンまでの距離 x を測定し、横軸をおもりの質量 m 、縦軸を $\frac{1}{x}$ にとってグラフを描くと、図2の直線のグラフが得られた。Q点は、ピストンがシリンダーからはずれた点を示す。また、 $m=0$ のときの $\frac{1}{x}$ の値は $\frac{1}{x_0}$



、得られた直線を延長して横軸と交わった点の m の値は m_0 であった。この実験中大気圧と室温は一定であった。また、おもりをのせて x を増大させると、シリンダー内の気体の温度は、はじめわずかに下がった後、室温と同じ温度までゆっくりと変化した。 x の測定は、気体の温度が室温と等しくなったところで行った。

ピストンが静止しているとき、ピストンには、大気圧、シリンダー内の気体の圧力およびおもりによる力以外にも、大きさ F で鉛直下向きの力（ピストンの質量による重力や摩擦力などの合力）が働いている。 F を一定として、以下の問(1)～(5)に答えよ。ただし、大気圧を P_0 、ピストンの断面積を S 、重力加速度の大きさを g とする。

- 1 おもりの質量が m のとき、シリンダー内の気体の圧力 P を表す式を書け。
- 2 シリンダーが無限に長いと仮定して x を無限に大きくしたとき、 $P=0$ と考えられることより、 P を用いずに実験Aの結果から F を求めることができる。 F を求めよ。
- 3 実験Aから気体の体積と圧力の間にどのような関係があるかを考える。次の文章の空欄 ① ～ ④ に適当な式または語句を入れよ。

実験Aで得られた直線のグラフより、 $\frac{1}{x} = \text{①} \times m + \text{②}$ と書ける。ここで、問

(1)、(2)を考慮して、 $\frac{1}{x}$ を x_0 、 P 、 S 、 m_0 、 g のみで表すと、 $\frac{1}{x} = \text{③}$ となる。この式は、気体の体積が xS であることを考慮すると、気体の体積が圧力に ④ していることを示している。

- 4 実験Aだけでは、気体の圧力や体積が気体のモル数や温度にどのように依存するか言えないが、仮に理想気体の状態方程式が適用できるとすると、次の条件で実験Aと同様な実験を行ったときどのような結果が得られると予測されるか、解答欄のグラフに図示せよ。ただし、 P_0 と F は条件を変えても変わらないとする。
 - (a) 実験Aと室温は同じで、気体のモル数を半分にしたとき。
 - (b) 実験Aと気体のモル数は同じで、室温を絶対温度で2倍したとき。
- 5 実験Aでおもりをのせたとき、はじめに温度がわずかに下がる理由を簡潔に述べよ。

入試問題研究 第180回 2006年 関西学院大学 ③「気体の変化」 解答解説

(1) シリンダー内の気体がピストンを押す力が PS (下向き)、大気がピストンを押し上げる力が P_0S (上向き)、おもりがピストンを引く力が mg (下向き)、ピストンの質量による重力や摩擦力などの合力が F (下向き)である。力のつりあいより、 $P_0S - PS - mg - F = 0$ が成立する。よって、シリンダー内部の気体の圧力は $P = \frac{P_0S - mg - F}{S}$ …(a) である。

(2) シリンダーが無限に長いと仮定して x を無限に大きくしたとき、 $\frac{1}{x} \rightarrow 0$ であるので、図2のグラフの横軸(縦軸ゼロの位置)との交点 $(m_0, 0)$ に相当する。 $P=0$ と $m=m_0$ を代入して $P_0S - 0 \cdot S - m_0g - F = 0$ だから、 $F = P_0S - m_0g$ …(b) である。

(3) 実験Aで得られた直線のグラフより、傾きは $-\frac{1}{m_0x_0}$ 、縦軸切片が $\frac{1}{x_0}$ である。よって、
 $-\frac{1}{m_0x_0}$ … ①、 $\frac{1}{x_0}$ … ② だから、グラフの方程式 $\frac{1}{x} = -\frac{1}{m_0x_0}m + \frac{1}{x_0}$ …(c) である。

(a)より $PS = P_0S - mg - F$ 、(b)より $F = P_0S - m_0g$ だから、 $PS = m_0g - mg$ より、
 $\frac{1}{x} = \frac{PS - m_0g}{m_0gx_0} + \frac{1}{x_0} = \frac{PS}{m_0gx_0}$ が成立する。よって、 P 、 S 、 m_0 、 g のみで $\frac{1}{x}$ を表すと、
 $\frac{1}{x} = \frac{PS}{m_0gx_0}$ … ③ となる。気体の体積 $V = xS$ であるから、 $PV = m_0gx_0$ となるので、気体の体積が圧力に「反比例」… ④ していることを示している(ボイルの法則)。

【理論的考察】

理想気体の状態方程式 $PV = nRT$ を使って関係式を作ればよい。

おもりがなく、シリンダー内の圧力は $P = \frac{P_0S - F}{S}$ 、体積 $V = Sx_0$ より $\left(\frac{P_0S - F}{S}\right)Sx_0 = nRT$ …① である。

おもりが m のとき、圧力 $P' = \frac{P_0S - mg - F}{S}$ 、体積 $V' = Sx$ より、状態方程式は $\left(\frac{P_0S - mg - F}{S}\right)Sx = nRT$ …

② である。①より $\frac{1}{x_0} = \frac{P_0S - F}{nRT}$ 、②より $\frac{1}{x} = \frac{P_0S - mg - F}{nRT} = \frac{P_0S - F}{nRT} - \frac{mg}{nRT}$ だから、 $\frac{1}{x} = -\frac{mg}{nRT} + \frac{1}{x_0}$ である。

(4) (3) での理論的考察を見ればすぐ分かるだろう。

キーとなる関係式 $\frac{1}{x_0} = \frac{P_0S - F}{nRT}$ 、 $\frac{1}{x} = -\frac{g}{nRT} \cdot m + \frac{1}{x_0}$ に数値を当てはめると良い。

(a) 実験Aと室温は同じで、気体のモル数を半分にしたときでは、 $\frac{1}{x_0}$ 、 $\frac{g}{nRT}$ ともにが2倍となるから、グラフの傾き、切片ともに2倍のグラフを描けばよい。

(b) 実験Aと気体のモル数は同じで、室温を絶対温度で2倍したときでは、 $\frac{1}{x_0}$ 、 $\frac{g}{nRT}$ ともに半分になるから、グラフの傾き、切片ともに半分のグラフを描けばよい。

(5) 実験Aでおもりをのせたとき、はじめに温度がわずかに下がるのは、「熱力学第一法則」より、熱の出入りが無い状態で、気体の体積が増加することで気体が外部にした仕事分に相当する内部エネルギー減少を導くため、気体の温度が低下する(断熱膨張のため温度が低下する)。