

# 入試問題研究 第183回 早稲田大学 理工学部 ④ 光の速度

2006年の早稲田大学の最後の問題IVは「フーコーによる回転鏡による光速測定」の問題です。「フイザーによる歯車による光速測定」は2006年センター試験に出されたので、2006年は「光速測定」がにぎやかです(偶然でしょうか...)

図1のように点光源  $L$ 、スリット  $G$ 、ハーフミラー  $H$ 、鏡  $M_1$ 、 $M_2$ 、スクリーン  $S$  を真空中に設置した。

鏡  $M_2$  は、鏡  $M_1$  上の点  $P$  を中心とした半径  $l$  の球面状をしている。ハーフミラー  $H$  はスクリーン  $S$  の面に対し  $45^\circ$  傾いておかれており、鏡  $M_1$  は点  $P$  を通り紙面に垂直な軸の周りに回転できるようになっている。以下の問いに答えよ。ただし、角  $\theta$  が非常に小さいときは、近似式  $\tan \theta \approx \theta$  を用いよ。

まず、鏡  $M_1$  が回転しないように固定されていたとき、点光源  $L$  からスリット  $G$  を通過してスクリーン  $S$  の面と平行に出た単色光がハーフミラー  $H$  を透過し、鏡  $M_1$  上の点  $P$ 、鏡  $M_2$ 、鏡  $M_1$  上の点  $P$ 、ハーフミラー  $H$  上の点  $R$  で順次反射され、スクリーン  $S$  上の点  $O$  に映し出された。

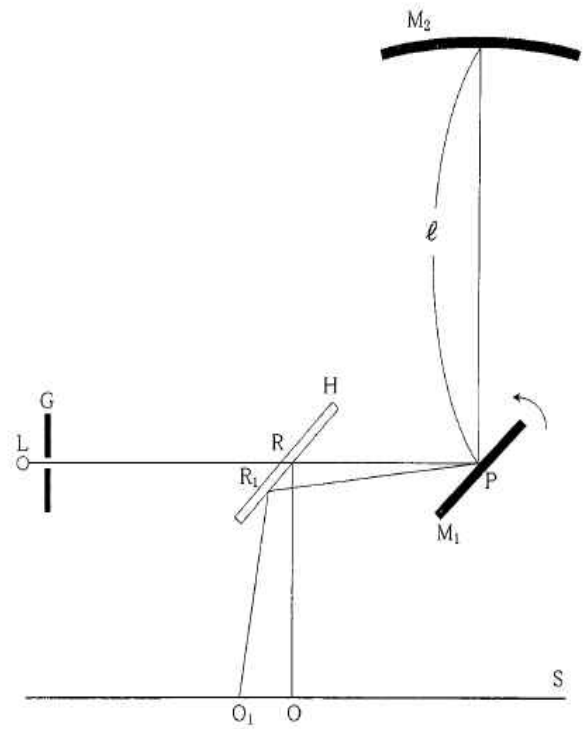


図1

次に、点光源  $L$  からでた単色光が鏡  $M_1$  上の点  $P$  で初めて反射すると同時に、固定していた鏡  $M_1$  を毎秒  $r$  回転で反時計回りに回転させると、光はハーフミラー  $H$  上の点  $R_1$  で反射され、スクリーン  $S$  上の点  $O_1$  に映し出された。距離  $PR + RO$  を  $d$ 、光の速度を  $c$  で表すものとする。

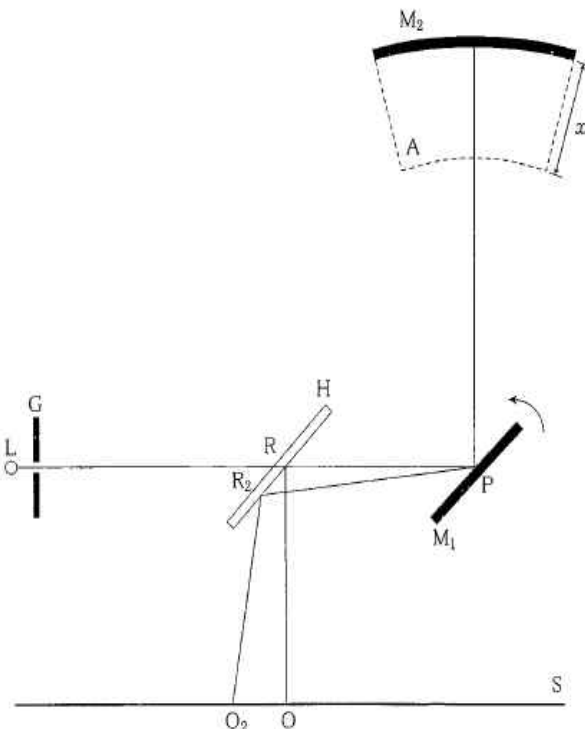


図2

問1 光が鏡  $M_1$  と鏡  $M_2$  を往復する時間を  $c$ 、 $l$  で表せ。

問2  $\angle RPR_1$  を  $c$ 、 $l$ 、 $r$  で表せ。

問3 距離  $OO_1$  を  $c$ 、 $l$ 、 $r$ 、 $d$  で表せ。

ただし、 $\angle RPR_1$  は非常に小さいものとする。

問4 問3において  $l=10$  m、 $d=6.0$  m、 $r=100$  回/s のとき、 $OO_1 = 4.8 \times 10^{-4}$  m であった。光の

速さ  $c$  を計算し、有効数字 2 桁で単位と共に答えよ。必要であれば  $\pi=3.14$  とせよ。

次に、鏡  $M_1$  の回転を止め、最初の角度に再び固定し、スクリーン  $S$  上の点  $O$  に光が映し出されるようにした。さらに、図 2 中の点線と鏡  $M_2$  で囲まれた領域  $A$  に一様な厚さ  $x$ 、屈折率  $n$  のガラスを置いた。

問 5 光が鏡  $M_1$  と鏡  $M_2$  を往復する時間を  $c, l, n, x$  で表せ。

問 6 点光源  $L$  から出た光が鏡  $M_1$  上の点  $P$  で始めて反射されると同時に、固定していた鏡  $M_1$  を毎秒  $r$  回転で反時計回りに回転させた。光は鏡  $M_2$ 、鏡  $M_1$  上の点  $P$ 、ハーフミラー  $H$  上の点  $R_2$  で順次反射された後、スクリーン  $S$  上の点  $O_2$  に映し出された。距離  $OO_2$  を  $c, d, l, n, r, x$  で表せ。ただし、 $\angle RPR_2$  は非常に小さいものとする。

問 7 距離  $OO_2$  が  $OO_1$  の  $k$  倍であった。屈折率  $n$  を  $k, l, x$  で表せ。ただし、 $\angle RPR_1$  および、 $\angle RPR_2$  は非常に小さいものとする。

問 8 問 7 において、 $l=10\text{ m}$ 、 $x=2.5\text{ m}$  のとき、 $k=1.16$  であった。屈折率  $n$  を計算し、有効数字 2 桁で答えよ。

問 9 点光源  $L$  として、単色光の代わりに白色光を用いると、スクリーン  $S$  上には色の配列が現れた。このような色の配列が観察される現象を光の分散といい、ガラスの屈折率が光の波長によって異なるために起こる現象である。一般に、光の波長が短いほど、屈折率は大きくなることが知られている。以上のことから、この色の配列に含まれる、赤、黄、紫の 3 つの色を、点  $O$  に遠いほうから順に並べなさい。

## 入試問題研究 第183回 早稲田大学 理工学部 ④ 光の速度 解答・解説

図1のように点光源 L、スリット G、ハーフミラー H、鏡 M<sub>1</sub>、M<sub>2</sub>、スクリーン S を真空中に設置した。鏡 M<sub>2</sub> は、鏡 M<sub>1</sub> 上の点 P を中心とした半径  $l$  の球面状をしている。ハーフミラー H はスクリーン S の面に対し 45 度 傾いておかれており、鏡 M<sub>1</sub> は点 P を通り紙面に垂直な軸の周りに回転できるようになっている。以下の問いに答えよ。ただし、角  $\theta$  が非常に小さいときは、近似式  $\tan \theta \approx \theta$  を用いよ。

まず、鏡 M<sub>1</sub> が回転しないように固定されていたとき、点光源 L からスリット G を通過してスクリーン S の面と平行に出た単色光がハーフミラー H を透過し、鏡 M<sub>1</sub> 上の点 P、鏡 M<sub>2</sub>、鏡 M<sub>1</sub> 上の点 P、ハーフミラー H 上の点 R で順次反射され、スクリーン S 上の点 O に映し出された。

次に、点光源 L からでた単色光が鏡 M<sub>1</sub> 上の点 P で初めて反射すると同時に、固定していた鏡 M<sub>1</sub> を毎秒  $r$  回転で反時計回りに回転させると、光はハーフミラー H 上の点 R<sub>1</sub> で反射され、スクリーン S 上の点 O<sub>1</sub> に映し出された。距離 PR + RO を  $d$ 、光の速度を  $c$  で表すものとする。

問1 往復距離が  $2l$ 、光速が  $c$  より、光が鏡 M<sub>1</sub> と鏡 M<sub>2</sub> を往復する時間は、 $t = \frac{2l}{c}$  である。

問2  $r$  回/s だから、鏡の角速度は  $\omega = 2\pi r$  であるから、鏡 M<sub>1</sub> の回転角は  $\omega t = \frac{4\pi lr}{c}$  である。

また、反射光の角度変化は鏡の回転角の 2 倍になるから、 $\angle RPR_1 = \frac{8\pi lr}{c}$  である。

問3 距離 OO<sub>1</sub> は半径  $d$ 、角度  $\frac{8\pi lr}{c}$  の円弧の長さに相当するから、 $OO_1 = \frac{8\pi dlr}{c}$  である。

問4 問3 において  $l = 10$  m、 $d = 6.0$  m、 $r = 100$  回/s のとき、 $OO_1 = 4.8 \times 10^{-4}$  m だから、問3 の答え  $OO_1 = \frac{8\pi dlr}{c}$  に代入して、 $4.8 \times 10^{-4} = \frac{8 \times 3.14 \times 6.0 \times 10 \times 100}{c}$  である。これより、光の速さ  $c$  を求めると、 $c = 3.14 \times 10^8$  だから、光の速さは  $3.1 \times 10^8$  m/s である。

問5 光が鏡 M<sub>1</sub> と鏡 M<sub>2</sub> を往復する光学的距離は  $2\{(l-x) + nx\}$  であるから、往復時間は  $\frac{2\{(l-x) + nx\}}{c}$  である。

問6 問4 と同様に、鏡 M<sub>1</sub> の回転角は  $\frac{4\pi\{(l-x) + nx\}r}{c}$ 、 $\angle RPR_2 = \frac{8\pi\{(l-x) + nx\}r}{c}$  である。よって、OO<sub>2</sub> の距離は  $\frac{8\pi d\{(l-x) + nx\}r}{c}$  になる。

問7 距離 OO<sub>2</sub> が OO<sub>1</sub> の  $k$  倍より  $\frac{8\pi d\{(l-x) + nx\}r}{c} = \frac{8\pi dlr}{c} \times k$  が成立する。よって、 $(l-x) + nx = kl$  であるから、 $n = \frac{(k-1)l + x}{x} = 1 + \frac{(k-1)l}{x}$  である。

問8  $n = 1 + \frac{(k-1)l}{x}$  に  $l = 10$  m、 $x = 2.5$  m、 $k = 1.16$  を代入して  $n = 1.64$  になる。よって、その物体の屈折率は 1.6 である。

問9 OO<sub>2</sub> の距離は  $\frac{8\pi d\{(l-x) + nx\}r}{c}$  である。「光の波長が短いほど屈折率は大きくなる」から、赤、黄、紫の順に  $n$  が大きくなる。よって、OO<sub>2</sub> の距離は屈折率順に大きくなることになる。よって、O から遠いほうから [紫] → [黄] → [赤] の順である。