

## 入試問題研究 第186回 2006年 東京大学 ② 電磁気

第2問 真空放電による気体の発光を利用するネオンランプは約80V以上の電圧をかけると放電し、電流が流れて点灯する。したがって、起電力が数Vの乾電池のみではネオンランプを点灯させることはできない。しかし、コイルおよびスイッチと組み合わせることにより、短時間ではあるがネオンランプを点灯させることができる。

ここでは、図2-1の電圧-電流特性を持つネオンランプを起電力9.0Vの乾電池で点灯させることを考える。図2-2のように、乾電池、コイル、およびスイッチを直列につなぎ、ネオンランプをコイルと並列につなぐ。コイルの自己インダクタンス  $L$  を1.0H、コイルの抵抗を  $35\Omega$ 、乾電池の内部抵抗を  $10\Omega$ 、ネオンランプの端子Bを基準とする端子Aの電位を  $V_A$  として、以下の問いに答えよ。ただし、ネオンランプに流れる電流の大きさは、端子A、Bのどちらが正極であっても図2-1で与えられるとする。また、ネオンランプの電気容量、コイル以外の回路の自己インダクタンスは無視できるほど小さく、ネオンランプの明るさはネオンランプを流れる電流の大きさに比例するものとする。

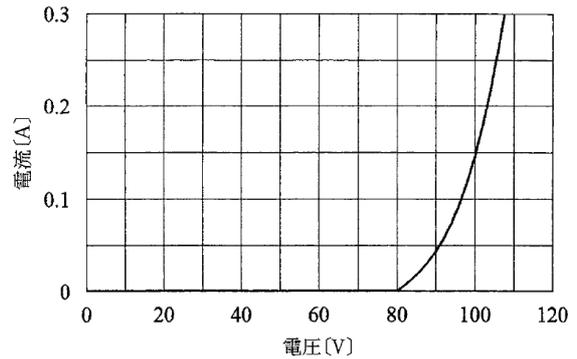


図2-1

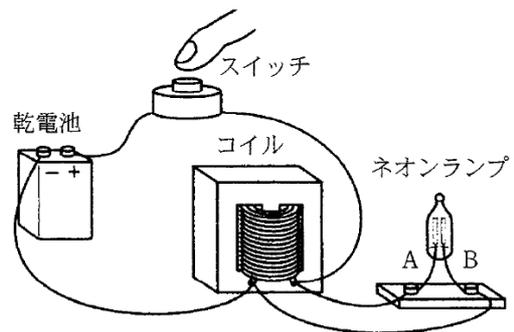


図2-2

**I** 時刻  $t=t_0$  に回路のスイッチを入れたが、ネオンランプは点灯しなかった。

- (1) スwitchを入れた直後の  $V_A$  の大きさと符号を求めよ。
- (2) スwitchを入れてしばらくすると、回路を流れる電流は一定となった。このときコイルに流れる電流の大きさ、および  $V_A$  の大きさと符号を求めよ。

**II** 回路を流れる電流が一定になった後、時刻  $t=t_1$  にスイッチを切った。その後、ネオンランプは図2-3のように時間  $T$  だけ点灯した。

- (1) 点灯が始まった直後にネオンランプを流れる電流の大きさを求めよ。
- (2) 図2-1を利用して、ネオンランプの点灯が始まった直後の  $V_A$  の大きさと符号を求めよ。
- (3) ネオンランプの点灯が始まった直後、および点灯が終わった直後にコイルに生じている誘導起電力の大きさを、それぞれ求めよ。

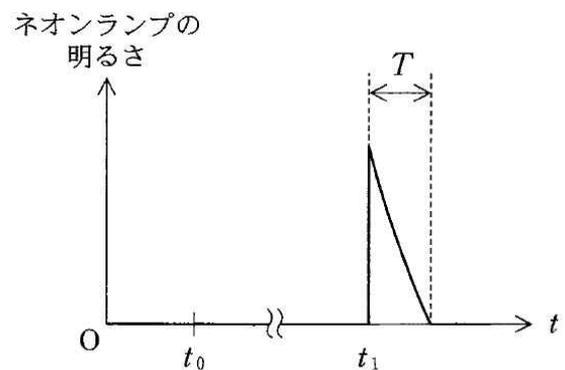


図2-3

**III** ネオンランプの点灯時間  $T$  のおよその値を求めたい。計算を簡単にするため、点灯中にコイルに生じている誘導起電力の大きさは一定値  $V_1$  であると近似する。

- (1) 点灯が始まった直後にネオンランプを流れる電流の大きさを  $I_1$  とする。点灯時間  $T$  を  $V_1$ 、 $I_1$ 、 $L$  を用いて表せ。
- (2) III(1)の結果に  $V_1$ 、 $I_1$ 、 $L$  の値を代入し、点灯時間  $T$  を有効数字1桁で求めよ。ただし、 $V_1$  の値はII(3)の結果を参考にして、適当に定めてよい。

## 入試問題研究 第186回 2006年 東京大学 ② 電磁気 解答・解説

I スイッチを入れただけでは点灯しない。(ネオンランプの電圧は80V以上にはならない！)

- (1) スイッチを入れた直後、コイルの自己誘導で電流ゼロが維持されるので、コイルの誘導起電力9Vである(電池の起電力に代わる)。よって、 $V_A = +9.0\text{V}$ である。
- (2) スイッチを入れ十分時間が経過すると、電流変化がなくなりコイルの自己誘導起電力はゼロになる。オームの法則より、 $9 = I(35 + 10)$ だから、このときコイルに流れる電流は0.20Aで一定となる。よって、オームの法則より、コイルの抵抗成分の電圧はオームの法則より、+7.0Vである。(または、電池の内部抵抗による電圧降下のため、電池の電圧が下がるとして  $V = 9.0 - 0.20 \times 10$  としても良い)。

II スイッチを切ると点灯する。(ネオンランプの電圧は80V以上になる！)

- (1) スイッチを切った直後、コイルの自己誘導で電流を維持する。よって、点灯が始まった直後にネオンランプを流れる電流は、スイッチを切る直前にコイルに流れていた電流0.20Aである。
- (2) 図2-1の電流0.20Aになるときの電圧を読み取るれば良い。ネオンランプの電圧は103Vであり、コイルの電流を維持する方向の電圧だから、B側の電位が高い。よって、ネオンランプの点灯が始まった直後のA点の電位は  $V_A = -103\text{V}$  である。
- (3) 点灯直後、コイルに流れている電流が0.20Aだから、コイルの抵抗成分による電圧効果7.0Vを考慮して、コイルの自己誘導電圧は110Vであることになる。  
および点灯が終わった直後、電流が流れないので抵抗成分による電圧降下はゼロだから、コイルに生じている誘導起電力はネオンランプに電流が流れなくなる電圧80Vである。

III 点灯中にコイルに生じている誘導起電力の大きさは一定値  $V_1$  であると近似する。この近似は少し乱暴な近似である(IIの結果を見ても電圧は変化しているはず！)。

- (1) この近似により、電流変化が一定と見なすと、点灯時間  $T$  での電流変化は  $I_1$  である(はじめの電流値  $I_1$  からゼロになるまで)。よって、コイルの自己誘導の公式より  $V_1 = L \cdot \frac{I_1}{T}$  となり、点灯時間は  $T = \frac{L I_1}{V_1}$  である。

- (2) コイルの自己誘導電圧は実際には110Vから80Vに変化している所以、一定値と見なす誘導起電力の値は平均の95Vとしよう。これを代入し、 $T = \frac{1.0 \times 0.20}{95} = 0.0021\dots$  より、点灯時間は  $2 \times 10^{-3}$  秒である。

※ 問題文中にもコメントがあるのですが、一定値と見なす部分は乱暴ですね。そのためか、有効数字1桁としているので「乱暴な近似」でも許せるのですが...