入試問題研究 第188回　2006年 神戸大学 ③ 気体の変化

次の文章を読んで、問１から４に答えなさい。文中に与えられた物理量の他に問題の解答に必要な物理量があれば、それを表す記号は全て各自が定義し、解答欄に明示しなさい。

高さ h の円筒形のコップを下に向け、口が水面に接した状態にする（図 1）。その後、空気がもれないように注意しながら静かにコップを水中に沈め、コップ内部の水面が深さ d になった状態で固定する（図 2）。気温、水温およびコップの温度は至る所で等しいと仮定し、空気が水にとけ込んだり水が蒸発する現象は無視する。

問１　水中に固定されたコップ内部の気圧 P と深さ d との間に成り立つ関係を求めなさい。

問２　前問において、コップ内部の水面はコップの口からわずかに Δh だけ高い位置にあった。h に比べて Δh が十分小さな場合について Δh を求めなさい。

問３　コップを沈める過程でコップ内部の気体が受けた仕事を求めなさい。ただし、沈めて行くにともなってコップ内部の圧力がわずかに増加する影響は無視してよい。

問４　コップを沈める過程でコップ内部の気体から逃げ出した熱エネルギーを求めなさい。

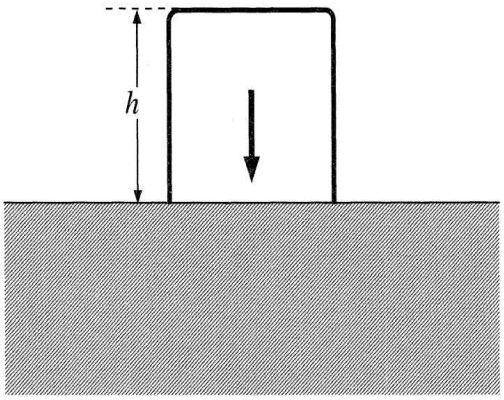

図1

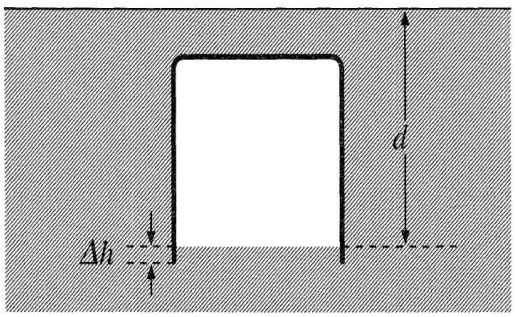

図2

※ 例年通りの神戸大学の論述形式の問題だ。内容は基本的なものだから、文章の構成能力にかかっていることになる。構成能力とは「論理的に記述できるかどうか」ということ。

入試問題研究 第188回　2006年 神戸大学 ③ 気体の変化

例年通りの神戸大学の論述形式の問題だ。内容は基本的なものだから、文章の構成能力にかかっていることになる。構成能力とは「論理的に記述できるかどうか」ということ。

まず、必要となる物理量の定義をしておこう。大気圧 P_0 、コップの口の断面積を S 、重力加速度を g 、気体の定積モル比熱を C_V とする。

問１ 大気が水面を押す力が P_0S 、断面積 S、深さ d の体積の水の重さは ρSdg である。よって、この2つの力の合力がその深さでの水圧による力となってコップ内の気体を押すことになる。この力がコップ内の気体が水面を押す力とつりあうから、関係式 $PS=P_0S+\rho Sdg$ が成立する。よって、コップ内部の気圧は $P=P_0+\rho dg$ と書ける。

問２ コップを沈める直前では、コップ内部の気体の圧力は大気圧 P_0 に等しい（当然！）。そのときの体積は Sh である（当然！）。

コップの内部の水面を水面下 d まで沈めたとき、コップ内部の気体の圧力は問１より、$P=P_0+\rho dg$ であり、そのときの体積は $S(h-\Delta h)$ である。

気体の温度は常に一定としてよいから「ボイルの法則（PV =一定）」を適用できる。よって $P_0Sh=(P_0+\rho dg)S(h-\Delta h)$ の関係式が成立する。これを整理して Δh を求めると、

$\Delta h=\dfrac{\rho dgh}{P_0+\rho dg}$ である。

また、実際の実験条件では次のような量的関係が成立する。コップの深さ d（図から10cm程度と見積もれる）による水圧上昇分 ρdg は水の深さ10cm 程度に相当する。一方、大気圧 P_0 は水圧で換算すると10mの深さに相当するので、 ρdg は P_0 の100分の１程度にしかならない。よって、この部分を無視してよいだろう。その場合は $\Delta h=\dfrac{\rho dgh}{P_0}$ になる。

問３ 気体が外部にする仕事の公式は $W=P\Delta V$ である（気体が外部からされる仕事の公式は $W=-P\Delta V$ ）。このときの気体の圧力は P_0 、体積変化は $\Delta V=S\Delta h$ である。よって、これらを公式に代入して求めると、気体が外部から受けた仕事は $W=-P_0S\Delta h$ となる。なお、問２の結果を代入すると $W=-\rho gdhS$ とも表現できる。

問４ **熱力学第一法則 $\Delta U=Q+W$ （ ΔU は内部エネルギーの変化、Q は外部から受ける熱量、W は気体が外部から受ける仕事）を使えばよい。気体の内部エネルギーは $U=nC_VT$ 、内部エネルギーの変化は $\Delta U=nC_V\Delta T$ であり、定積モル比熱 C_V の値は単原始分子（ $C_V=\frac{3}{2}R$ ）、二原子分子（ $C_V=\frac{5}{2}R$ ）では異なる値となるのだが、この場合は温度が変わらない（ $\Delta T=0$ ）から、気体の内部エネルギー変化はゼロになる。よって、定積モル比熱の違いは影響しない。**

内部エネルギーの変化が $\Delta U=0$ 、気体が外部からされた仕事が $W=P_0S\Delta h$ だから、熱力学第一法則より $0=Q+P_0S\Delta h$ が成立する。これより、気体が外部から受ける熱量は $Q=-P_0S\Delta h$ になる。よって、気体が外部に放出した熱量は $P_0S\Delta h$ である。