

入試問題研究 第190回 東北大学 ② 電気(ダイオード)

ダイオードは半導体を用いた電気部品であり、電流が一方向にのみ流れ、逆向きには流れない性質をもっている。電流が流れる場合も、通常の抵抗とは性質が異なっている。いま、電流と電圧の関係が図1のグラフで表されるダイオード(記号 $\begin{array}{c} \diagup \\ | \end{array}$)を考え、ダイオードは、電圧 V_D が v より高

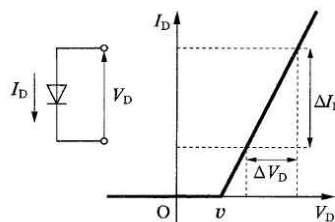


図1

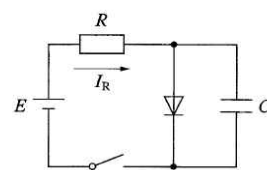


図2

いときのみ電流 I_D が流れ、このとき、電圧の変化 ΔV_D に対して電流の変化 ΔI_D が比例関係にあり、 r を生みの定数として $\Delta I_D = \frac{\Delta V_D}{r}$ と書けるとする。このダイオードと、電池、抵抗、コンデンサー、スイッチを組み合わせ、図2の回路を付く他。電池の起電力は E であり、その内部抵抗は無視できるものとする。コンデンサーの容量は C であり、抵抗の抵抗値は R である。最初にスイッチは開かれており、コンデンサーの電荷は蓄えられていなかったものとして、以下の問いに答えよ。解答は、答案紙の所定の場所に記入せよ。なお、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

(1) まずスイッチを閉じた。その直後に抵抗に流れる電流 I_R を E, v, R, r, C の中から必要なものを用いて表せ。

(2) スwitchを閉じてから十分に時間が経過した。

(a) $E < v$ であるとき、ダイオードにかかる電圧 V_D と、コンデンサーに蓄えられる電荷 Q を、 E, v, R, r, C の中から必要なものを用いて表せ。

(b) $E > v$ であるとき、ダイオードにかかる電圧が $V_D = \frac{rE + Rv}{r + R}$ になることを導け。また、

ダイオードで消費される電力 P_D を E, v, R, r, C の中から必要なものを用いて表せ。

(3) 次にスイッチを開いた。この時刻を $t=0$ とする。その後、十分に時間が経過して、回路に流れる電流が一定となった状態を定常状態とよぶ。以下では $E > v$ とする。

(a) ダイオードに流れる電流 I_D と、コンデンサーに蓄えられている電荷 Q の、時間 t に対する変化を表すグラフとして適切なものを、図3(ア)～(エ)の中からそれぞれ選べ。図の縦軸は I_D または Q である。図中の A は $t=0$ の値を示し、 B は定常状態での値を示している。

I_D とまたは Q それぞれに対する A および B を、 E, v, R, r, C の中から必要なものを用いて表せ。なお、図3の縦軸には値が0となる点は示されておらず、 A または B が0であっても良い。

(b) 定常状態でコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを U とする。また、 $t=0$ から定常状態になるまでにダイオードで消費されるエネルギーを W とする。 $W=3U$ となるための E を v, R, r, C の中から必要なものを用いて表せ。

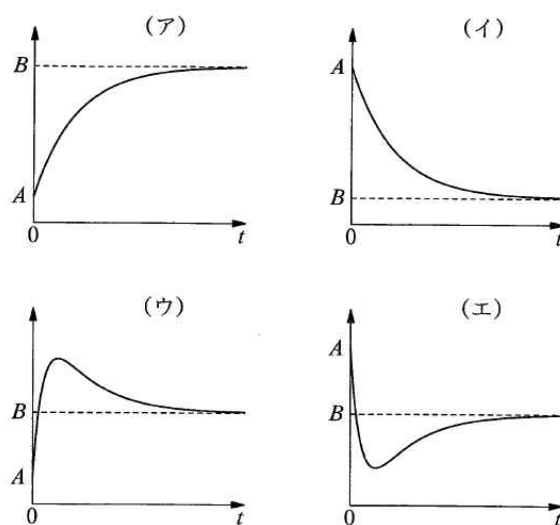


図3

入試問題研究 第190回 東北大学 ② 電気(ダイオード) 解答・解説

- (1) **スイッチを閉じた直後だからコンデンサーに電荷はないからコンデンサーの電圧はゼロである。** よって、抵抗にかかる電圧は E であるから、流れる電流 I_R とすると $E = I_R R$ の関係を満たす。

よって、抵抗に流れる電流は $I_R = \frac{E}{R}$ である。

- (2) **スイッチを閉じて十分に時間が経過しているのに、コンデンサーへの電流はゼロがポイントだ。**

(a) $E < v$ であるから、ダイオードに流れる電流は流れない。十分時間が経過しているのに、コンデンサーに流れる電流もゼロである。よって、抵抗に流れる電流はゼロだから、抵抗の電圧降下がゼロになる。よって、コンデンサーにかかる電圧、ダイオードにかかる電圧ともに、電池の電圧に等しい。よって、ダイオードの電圧は $V_D = E$ 、コンデンサーにの電荷は $Q = CE$ 。

(b) $E > v$ のとき、ダイオードの電流 I_D 、電圧 V_D とすると $E = V_D + I_D R$ が成立する。そのときのダイオードの電流 I_D 、電圧 V_D を求めるには、 $E = V_D + I_D R$ が表す直線と図1のグラフの傾斜部の交点を求めればよい。よって、 $E = V_D + I_D R$ 、 $r I_D = V_D - v$

の連立方程式を解いて $V_D = \frac{rE + Rv}{r + R}$ 、 $I_D = \frac{E - v}{r + R}$ である。よって、ダイオードにかかる

電圧は $\frac{rE + Rv}{r + R}$ である。また、消費電力の公式 $P = VI$ より、ダイオードで消費される電

力は $P_D = \frac{(rE + Rv)(E - v)}{(r + R)^2}$ である。

- (3) スwitchを開いた後を考える。コンデンサーの電荷がダイオードに流れはじめる。

(a) スwitchを開いた直後、コンデンサーの電圧 $V_D = \frac{rE + Rv}{r + R}$ である。この電圧がダイオードにかかる。図1との交点より、ダイオードに流れる電流は $I_D = \frac{E - v}{r + R}$ である。そのとき、コン

デンサーに蓄えられている電荷は $Q_A = CV_D$ だから $Q_A = \frac{C(rE + Rv)}{r + R}$ である。

その後、コンデンサーから電荷が流出してゆく。コンデンサーの電圧が減少するにつれてダイオードに流れる電流が減少してゆく。コンデンサーの電圧が v まで低下すると、ダイオードに電流が流れなくなる。このときから定常状態に入る。

よって、十分時間が経過したとき、コンデンサーにかかる電圧は v だから、コンデンサーに蓄えられている電荷は $Q_B = Cv$ である。また、ダイオードに流れる電流はゼロになる。

【ダイオードに流れる電流】 グラフは(イ)であり、Aの値: $\frac{E - v}{r + R}$ 、B: 0

【コンデンサーの電荷】 グラフは(イ)であり、Aの値: $\frac{C(rE + Rv)}{r + R}$ 、B: Cv

- (b) $t = 0$ でコンデンサーの静電エネルギー $U_0 = \frac{1}{2} C V_D^2 = \frac{C(rE + Rv)^2}{2(r + R)^2}$ から、定常状態

でコンデンサーに蓄えられている静電エネルギー $U = \frac{1}{2} C v^2$ になる。 $t = 0$ から定常状態になるまでにダイオードで消費されるエネルギーは $W = U_0 - U$ だから、 $W = 3U$ に代

入して、 $\frac{C(rE + Rv)^2}{2(r + R)^2} = \frac{1}{2} C v^2 \times 4$ が成立する。これを整理すると、 $E = \frac{(2r + R)v}{r}$ の関係式が成立することがわかる。