

入試問題研究 第196回 2007年 センター試験 第4問A 力学

※ 選択肢を省略したり、問題文の一部を変えています。

元問題は予備校サイト（河合塾など）で入手できます。

A 図1のように、板を用いて水平な床の上に傾きの角 θ の斜面をつくる。板の表面は物体の底面との間の摩擦係数が点Bより上の部分と下の部分で異なるように加工されている。この斜面上の点Aに置かれた質量 m の小さな物体の運動を考えよう。

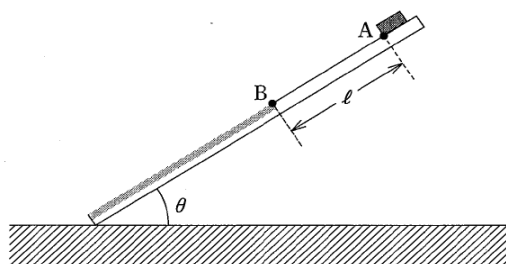
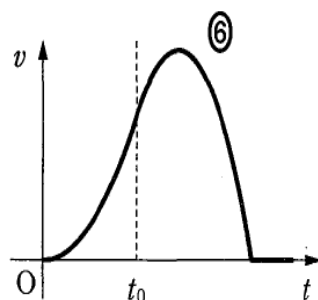
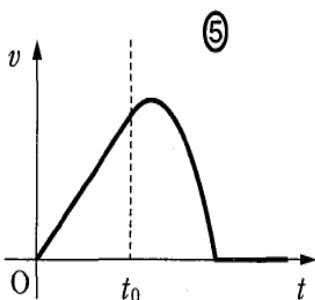
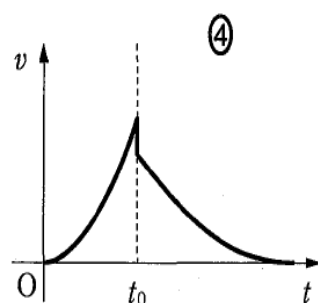
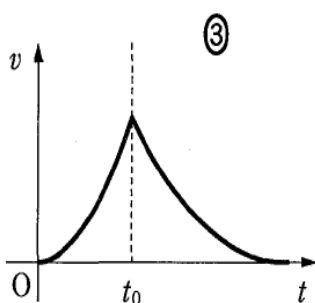
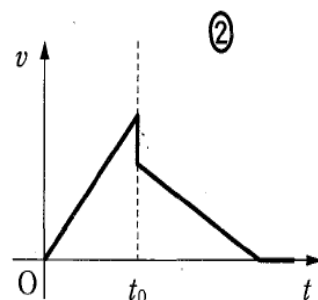
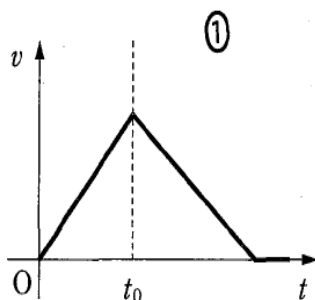


図 1

問1 斜面の傾きをゆっくりと大きくしてゆくと、点Aに静止していた物体が角度 $\theta = \theta_0$ のとき滑り出した。そのときの θ_0 を求めなさい。ただし、点Aでの静止摩擦係数を μ とする。

問2 次に、角度 θ を θ_0 より大きな値に固定して点Aに物体を置いたところ、初速度ゼロで滑りはじめた。点Bより上の部分での動摩擦係数が μ' であるとき、点Bでの物体の速さ v はいくらか。ただし、点Aと点Bの間の距離を l とし、重力加速度の大きさを g とする。

問3 問2において、点Bを通過したあと、物体は斜面上にある点で静止した。点Bを通過する時刻を t_0 とするとき、速さ v の変化を表すグラフとして最も適当なものを右のグラフから選べ。

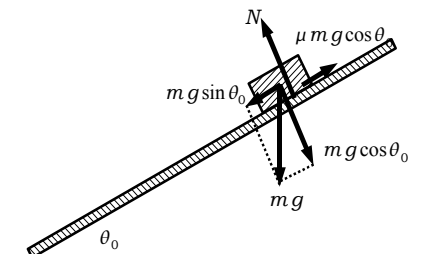


入試問題研究 第196回 2007年 センター試験 第4問A 力学 解答解説

A センター試験としては標準的な問題といえる。摩擦のある運動を扱う同様の問題は問題集にも多数扱われているので、一度は解いてみたことがあるはずの問題だろう。まじめに勉強している人にとっては、ワンパターンの問題だから、難しいところはないだろう。

問1 板の傾きを徐々に大きくしたとき、滑り出す直前の板の角度(摩擦角という) θ_0 を求める問題。教科書にも記載されており、問題集でも「摩擦角の公式 $\mu = \tan \theta_0$ 」として書かれている。

滑り出そうとする力は $mg \sin \theta_0$ (斜面下向き)、斜面から受ける垂直抗力 $N = mg \cos \theta_0$ だから、最大摩擦力は $\mu mg \cos \theta_0$ (斜面上向き)である。物体が滑り出す直前では、両者が等しくなっているので $mg \sin \theta_0 = \mu mg \cos \theta_0$ だから $\mu = \tan \theta_0$ が成立する。



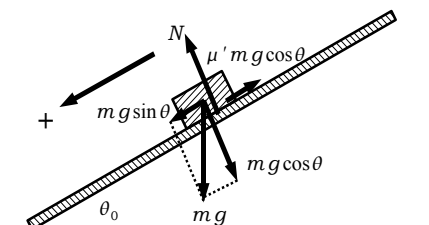
問2 滑り出してから運動は、摩擦力が動摩擦力に変わるだけだ。よって、そのときの運動方程式を作ればよいだけだ。

物体が滑り降りようとする力は $mg \sin \theta$ (斜面下向き)、動摩擦力 $\mu' mg \cos \theta$ (斜面上向き)の2力が働く運動になる。よって、運動方程式は

$$ma = mg \sin \theta - \mu' mg \cos \theta \text{ となる。}$$

これより、物体は、加速度 $a = g(\sin \theta - \mu' \cos \theta)$ の等加速度運動になる。よって、等加速度運動の公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ に代入して、点Bでの速度を求めることができる。

点Aから点Bまでの距離は $x = l$ 、初速度は $v_0 = 0$ 、加速度は $a = g(\sin \theta - \mu' \cos \theta)$ だから、 $v^2 - 0^2 = 2 \cdot g(\sin \theta - \mu' \cos \theta) \cdot l$ となり、 $v = \sqrt{2g(\sin \theta - \mu' \cos \theta)l}$ である。よって、点Bでの物体の速さは $\sqrt{2gl(\sin \theta - \mu' \cos \theta)}$ である。



問3 点Aから点Bまでは加速度 $a = g(\sin \theta - \mu' \cos \theta)$ は斜面下向き(正)の等加速度運動である(下に滑り出すとしているので)。一方、点Bから後は通過後にやがて止まるとしているのだから、加速度が斜面上向き(負)の等加速度運動である(動摩擦係数が大きくなっている)。

選択するグラフは「 $v - t$ 図」だから、グラフの傾きは加速度を表す。よって、時刻0から t_0 は、加速度が正であるので「グラフの傾きが正、等加速度だから傾きも一定になる(右上がりの直線)」になる。一方、時刻 t_0 以降は、加速度が負であるので「グラフの傾きが負、傾きが一定になる(右下がりの直線)」に変わる。当然、時刻 t_0 で速度が同じだから、選択肢のグラフは①である。