

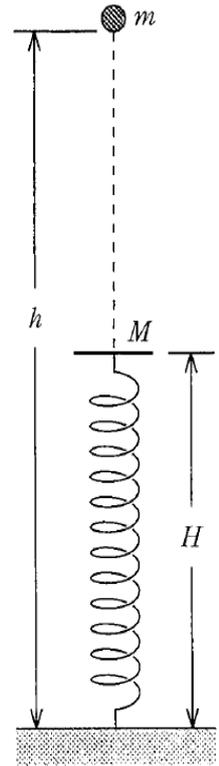
# 入試問題研究 第209回 2007年 関西学院大学 ① 力学(ばね)

※ なお、問題文は一部修正（選択肢などを省く）している。

元問題は予備校サイト（代々木ゼミナール）で入手できます。

[1] 次の文の  ～  には適切な数式または語句を記入せよ。

ばね定数  $k$  の軽いばねの下端を床に固定し、上端に質量  $M$  の薄い板を水平に取り付け、鉛直に立てた。床から高さ  $H$  の位置で、薄い板が受けている力はつりあった。以下のことからはずべて一つの鉛直線に沿って行われ、空気の抵抗は無視し、重力加速度の大きさを  $g$  図のように、質量  $m$ 、長さ  $l$  の十分に細い一様な剛体棒を水平な床の上へのせ、鉛直な壁に立てかけた場合を考える。床と棒の間には摩擦力がはたらき、鉛直な壁と棒の間には摩擦力が働かないとする。棒には重力が鉛直下向きに働き、重力加速度の大きさを  $g$  とする。



(1) ばねの縮みは  である。薄い板をつりあいの位置からばねが自然長になるまで持ち上げて静止させた。このとき持ち上げている力の大きさは  である。また、つりあいの位置から自然長になるまでに、薄い板が受けている力に逆らって、ゆっくり持ち上げる力がする仕事は  となる。ばねの自然長の位置で、薄い板を静かにはなすと、薄い板は床から高さ  の位置を振動の中心とする振幅  の  を行い、その振動数は  である。

(2) 次に、最初のつりあいの状態に戻し、ばねの鉛直上方、床からの高さ  $h$  ( $>H$ ) の位置から質量  $m$  の小球を静かに落下させると、時間  後に、薄い板に速さ  $v =$   で衝突する。小球と薄い板とが弾性衝突したとすると、衝突直後の小球の速度は上向きに   $\times v$ 、薄い板の速度は下向きに  $V =$    $\times v$  となる。その後、ばねはつりあいの位置から最大   $\times V$  だけ縮むことになる。ただし、小球は再び薄い板に衝突する前に取り除いた。

## 入試問題研究 第209回 2007年 関西学院大学 ① 力学(ばね) 解答解説

[1] 次の文の [1] ~ [12] には適切な数式または語句を記入せよ。

(1) ばねの縮みを  $x$  とする。薄い板に働く力はつりあっているから  $Mg = kx$  が成立するからばねの縮みは  $x = \frac{Mg}{k}$  … [1] である。薄い板をつりあいの位置からばねが自然長になるまで持ち上げて静止させた。このとき薄い板に働く力はつりあっており、ばねの力はゼロだから、 $Mg = f$  持ち上げている力の大きさは  $Mg$  … [2] である。また、薄い板が受けている力に逆らって、つりあいの位置から自然長になるまでゆっくり持ち上げる力がする仕事を  $W$  とする。

エネルギー保存の法則を適用すると、 $W = Mg \times \frac{Mg}{k} - \frac{1}{2}k \left( \frac{Mg}{k} \right)^2 = \frac{M^2 g^2}{2k}$  … [3] となる。

ばねの自然長の位置で、薄い板を静かにはなすと、薄い板は床から高さ  $H$  … [4] のつりあいの位置を振動の中心とする振幅  $\frac{Mg}{k}$  … [5] の「単振動」… [6] を行い、その周期は

$2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$  だから、振動数は  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$  … [7] である。

(2) ばねの鉛直上方、床からの高さ  $h$  ( $> H$ ) の位置から質量  $m$  の小球を静かに落下させるるとき、時刻  $t$  で薄い板と衝突するとする。等加速度運動の公式より  $\frac{1}{2}gt^2 = h - H$  が成

立するから、薄い板に衝突するのは  $\sqrt{\frac{2(h-H)}{g}}$  … [8] 後である。等加速度運動の公式

$v = v + at$  より、薄い板に速さ  $v = \sqrt{2g(h-H)}$  … [9] で衝突する。小球と薄い板とが弾性衝突したとする。運動量保存の法則より  $0 - m\sqrt{2g(h-H)} = M V' + m v'$  (上向き正)、

はねかえり係数の公式より  $1 = -\frac{v' - V'}{-\sqrt{2g(h-H)} - 0}$  が成立する。

$V' = -\frac{2m\sqrt{2g(h-H)}}{M+m}$ 、 $v' = \frac{(M-m)\sqrt{2g(h-H)}}{M+m}$  だから、衝突直後の小球の速度は

上向きに  $\frac{M-m}{M+m}$  … [10]  $\times v$ 、薄い板の速度は下向きに  $V = \frac{2m}{M+m}$  … [11]  $\times v$

となる。薄い板の最大速度 ( $V$ ) は振幅  $A$   $\times$  角速度  $\omega$  ( $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$ ) であるから、その後、ばね

はつりあいの位置から振幅相当する分  $A = \frac{V}{\omega}$  だから、最大  $\sqrt{\frac{M}{k}}$  … [12]  $\times V$  だけ縮む

ことになる。ただし、小球は再び薄い板に衝突する前に取り除いた。