

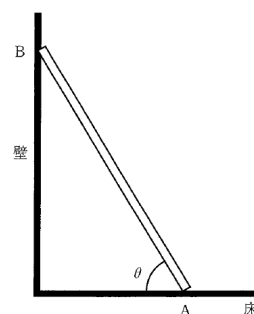
## 入試問題研究 第210回 2007年 立命館大学 ① 力学(モーメント)

※ なお、問題文は一部修正(選択肢などを省く)している。

元問題は予備校サイト(代々木ゼミナール)で入手できます。

[1] 次の文の 1 ～ 7 には適切な数式または語句を記入せよ。

図のように、質量  $m$ 、長さ  $l$  の十分に細い一様な剛体棒を水平な床の上にのせ、鉛直な壁に立てかけた場合を考える。床と棒の間には摩擦力がはたらき、鉛直な壁と棒の間には摩擦力が働かないとする。棒には重力が鉛直下向きに働き、重力加速度の大きさを  $g$  とする。



図

(1) 剛体に働く力は、力の「大きさ」と「方向」だけでは決まらず、力の 1 を要素として持つ量である。これを力の三要素という。

(2) 棒が床と接する点を A、壁と接する点を B とし、棒が点 A で床となす角を  $\theta$  とする。棒が受ける垂直抗力の大きさを  $N$ 、壁から受ける垂直抗力を  $N'$  とし、棒が床から受ける摩擦力の大きさを  $F$  とする。棒が静止している状態で、垂直方向の力のつりあいの式は 2、水平方向の力のつりあいの式は 3 となる。

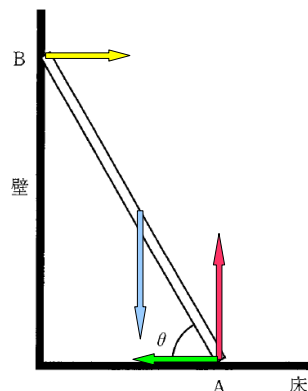
次に、点 B のまわりの力のモーメントについて考える。重力のモーメントの大きさは 4、垂直抗力  $N$  のモーメントの大きさは 5 である。物体が静止している状態では、力のモーメントの和はゼロになる。力のつりあいとモーメントのつりあいの式を解くことにより、摩擦力の大きさは  $F =$  6 となる。

(3) 床と棒の間の角度が小さくなると棒は静止した状態であることが出来ず、滑り落ちる。静止摩擦係数を  $\mu$  としたとき、棒が滑らずに静止した状態である限界の角  $\theta_0$  と静止摩擦係数の関係は  $\mu =$  7 で与えられる。

# 入試問題研究 第210回 2007年 立命館大学 ① 力学(モーメント) 解答解説

[1] 次の文の [1] ～ [8] には適切な数式または語句を記入せよ。

図のように、質量  $m$ 、長さ  $l$  の十分に細い一様な剛体棒を水平な床の上にのせ、鉛直な壁に立てかけた場合を考える。床と棒の間には摩擦力がはたらき、鉛直な壁と棒の間には摩擦力が働かないとする。棒には重力が鉛直下向きに働き、重力加速度の大きさを  $g$  とする。



図

(1) 剛体に働く力は「大きさ」と「方向」だけでは決まらず、力の「作用点」… [1] を要素として持つ量である。これを力の三要素という。

(2) 棒が床と接する点を A、壁と接する点を B とし、棒が点 A で床となす角を  $\theta$  とする。棒が受ける垂直抗力の大きさを  $N$  (赤)、壁から受ける垂直抗力を  $N'$  (黄) とし、棒が床から受ける摩擦力の大きさを  $F$  (緑)、重力の大きさを  $mg$  (青) とする。

「棒が静止しているので力が釣りあう」から、垂直方向の力のつりあいの式は  $N - mg = 0$  … [2]、水平方向の力のつりあいの式は  $N' - F = 0$  … [3] となる。

次に、点 B のまわりの力のモーメントについて考えてみる。重力によるモーメント(反時計回り)の大きさは  $mg \times \frac{l}{2} \cos \theta$  … [4]、垂直抗力  $N$  によるモーメント(時計回り)の大きさは

$N \times l \cos \theta$  … [5]、摩擦力  $F$  によるモーメント(反時計回り)の大きさは  $F \times l \sin \theta$  である。「物体が静止している状態では力のモーメントが釣りあう」ので、点 B のまわりのモーメントの和はゼロにである。

反時計回りモーメントを正とすると、モーメント和は  $-\frac{mg l \cos \theta}{2} + N l \cos \theta - F l \sin \theta = 0$  となり  $-mg \cos \theta + 2N \cos \theta - 2F \sin \theta = 0$  が得られる。[2] より  $N - mg = 0$  を代入して整理すると  $mg \cos \theta = 2F \sin \theta$  となる。よって、 $F = \frac{mg}{2 \tan \theta}$  が得られる。

以上より、棒と床の間の摩擦力の大きさは  $F = \frac{mg}{2 \tan \theta}$  … [6] である。

(3) 静止摩擦係数を  $\mu$  としたとき、棒が滑らずに静止した状態であるためには「静止摩擦力が最大摩擦力を超えなければよい」。よって、 $F \leq \mu mg$  の関係が満たされればよい。

[6] より  $F = \frac{mg}{2 \tan \theta}$  を代入して  $\frac{mg}{2 \tan \theta} \leq \mu mg$  だから、 $\mu \geq \frac{1}{2 \tan \theta}$  である。

よって、棒が滑り落ちない限界の角  $\theta_0$  と静止摩擦係数の関係は  $\mu = \frac{1}{2 \tan \theta_0}$  … [7] で与えられる。