入試問題研究 第211回 2007年 同志社 工B ③ 気体の変化

※ なお、問題文は一部修正（選択肢などを省く）している場合があります。
元問題は予備校サイト（代々木ゼミナール）で入手できます。

［Ⅲ］ 次の文中の［ア］～［オ］にあてはまる式を解答用紙の該当する欄に記入せよ。

図1に示すように、断面積 S [m^2] のガラス管Aに断面積 $10S$ [m^2] のガラス容器Bがつなげられている。容器Bの一部とガラス管Aに密度 ρ [kg/m^3] の水が入っており、容器Bの水面はAの水面より h_0 [m]だけ高い。Bの上部は体積 V [m^3] の空気で満たされ密閉されている。Aの水面は軽くて滑らかに動くピストンでふたがされていて、ピストン上面の大気の圧力は P_0 [Pa] である。重力加速度の大きさを g [m/s^2] とする。図1に示されるように、同じ高さにあるA内の点aとB内の点bとでは、水圧が等しいことを考えると、容器Bの空気の圧力は［ア］[Pa] である。

Aのピストンの上に静かにおもりをのせたところ、図2のように、Aの水面はもとの位置から h_1 [m] だけゆっくりと下降した。その結果、AとBとの水面の高さの差は［イ］[m] になり、容器Bに閉じ込められている空気の体積は［ウ］[m^3] となった。容器B内に閉じ込められている空気の体積が変化する過程で、容器内の空気の温度は一定に保たれていた。温度が一定に保たれている空気では、圧力は体積に反比例することから、容器B内の空気の圧力は［エ］[Pa] となることがわかる。また、この圧力の大きさを P_1 [Pa] とおいて、おもりの質量を求めると［オ］[kg] であることが分かる。

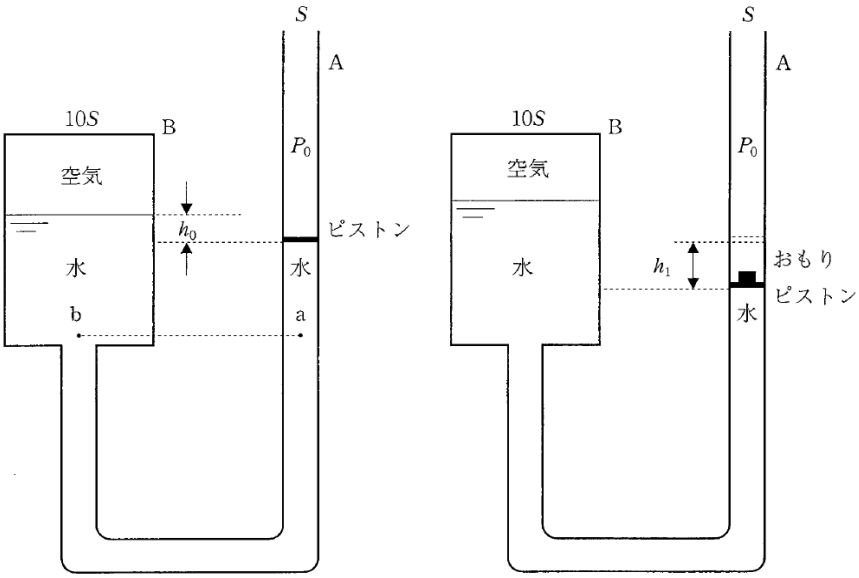

図1　　図2

入試問題研究 第211回 2007年 同志社 工B ③ 気体の変化　解答解説

［Ⅲ］ 次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ にあてはまる式を解答用紙の該当する欄に記入せよ。

図1に示すように、断面積 S [m^2] のガラス管Aに断面積 $10S$ [m^2] のガラス容器Bがつなげられている。容器Bの一部とガラス管Aに密度 ρ [kg/m^3] の水が入っており、容器Bの水面はAの水面より h_0 [m]だけ高い。Bの上部は体積 V [m^3] の空気で満たされ密閉されている。Aの水面は軽くて滑らかに動くピストンでふたがされていて、ピストン上面の大気の圧力は P_0 [Pa] である。重力加速度の大きさを g [m/s^2] とする。

図1に示されるように、同じ高さにあるA内の点aとB内の点bとでは水圧が等しいことを考える。ピストンの位置（高さ）での容器B側とピストン側の水圧が等しくなるので、容器Bの空気の圧力 P_B とすると、容器B内での圧力 P_B と高さ h_0 の水圧 $\rho g h_0$ の和がピストン側の圧力 P_0 に等しくなる。よって、関係式 $P_B+\rho g h_0=P_0$ が成立する。よって、容器Bの空気の圧力は $P_0-\rho g h_0$ ・・・ $\boxed{\text{ア}}$ [Pa] である。

Aのピストンの上に静かにおもりをのせたところ、図2のように、Aの水面波もとの位置から h_1 [m] だけゆっくりと下降した（断面積比から、容器B内の水面はその間に $\frac{1}{10}h_1$ 上昇する）。

その結果、AとBとの水面の高さの差は $h_0+\frac{1}{10}h_1+h_1$ となるから $\frac{10h_0+11h_1}{10}$ ・・・ $\boxed{\text{イ}}$ [m] になる。また、容器Bの空気の体積は $V-10S\times\frac{1}{10}h_1=V-Sh_1$ ・・・ $\boxed{\text{ウ}}$ [m^3] である。

容器B内に閉じ込められている空気の体積が変化する過程で、容器内の空気の温度は一定に保たれていたから、圧力は体積に反比例する（ボイルの法則）。よって、容器B内の空気の圧力は $(P_0-\rho g h_0)\times\frac{V}{V-Sh_1}$ だから、 $\frac{(P_0-\rho g h_0)V}{V-Sh_1}$ ・・・ $\boxed{\text{エ}}$ [Pa] となることがわかる。

この圧力を $P_1=\frac{(P_0-\rho g h_0)V}{V-Sh_1}$ [Pa] とおくと、ピストンの位置（高さ）での水圧が等しいので、$\boxed{\text{ア}}$ のときと同様にして $P_1+\rho g\times\frac{10h_0+11h_1}{10}=P_0+\frac{mg}{S}$ が成立する。これより、おもりの質量 m を求めると $m=\left\{\frac{P_1-P_0}{g}+\frac{\rho(10h_0+11h_1)}{10}\right\}S$ ・・・ $\boxed{\text{オ}}$ [kg] であることが分かる。