# 入試問題研究 第214回 2007年 慶応大学 理工 ② 電磁気

**※ なお、問題文は一部修正（選択肢などを省く）している場合があります。**
**元問題は予備校サイト（代々木ゼミナール）で入手できます。**

［Ⅱ］以下の文章中の $\boxed{\phantom{xx}}$ に適切な数または式を記入しなさい。

図に示すような・各辺の長さが $2R$ と $L$ の長方形コイル abcdef があり、辺 eb の中点と辺 cd の中点を通る軸のまわりに回転できる。今・水平面内に $x$、$y$ 軸をとり、鉛直上向きに $z$ 軸をとる。このコイルを. その回転軸が $y$ 軸と一致するように置き・磁束密度の大きさが $B$ の一様な磁場（磁界）を $z$ 方向にかけた。コイルの辺 bc は質量 $M$ の一様な細い金属棒でできているものとし、コイルの回転に対する摩擦力、コイルと金属棒の電気抵抗および金属棒以外のコイルの質量は無視できるものとする。また、端子 a や f には外力が働かないとする。辺 cd が鉛直練となす角度 $\phi$ は図中に示すようにとるものとし、重力加速度の大きさは $g$ とする。

(1) コイルの端子 a と f に直流電源を接続し、端子 a から端子 f へ一定の電流 $I$ を流したところ、角度 $\phi_o$（$\phi_0 > 0$）でつり合い静止した。このとき、コイルの辺 bc と辺 de が磁場から受けている力の大きさはおのおの $\boxed{\text{ア}}$ であり、力の方向は逆向きであるから、これらの力による回転軸のまわりの力のモーメントの大きさは $\boxed{\text{イ}}$ である。したがって、重力による力のモーメントとのつり合いの条件より、電流 $I$ は金属棒の質量 $M$ と角度 $\phi_0$ を含んだ式 $\boxed{\text{ウ}}$ で表される。

(2) この状態から・直流電源をはずして電流を流さないようにしたところ、コイルが動き始めた。金属棒の位置エネルギーが最小となる角度を基準として考えると、角度 $\phi_0$ のときに金属棒 bc が持つ位置エネルギーは $\boxed{\text{エ}}$ となる。その後、角度 $\phi$ になった瞬間には、金属棒の速さ $u$ は $\boxed{\text{オ}}$ になる。辺 bc、de が微小時間 $\Delta t$ の間に描く長方形の面積を、速さ $u$ が一定であるとみなして $u$ を含んだ式で表すと、おのおの $\boxed{\text{カ}}$ である。この結果と、磁束密度の方向を考慮して、コイルを貫く磁束の変化率や誘導起電力を求めることができる。たとえば、$\phi=0$ になった瞬間の金属棒の速さを $u_1$ としたとき、コイルの端子 a と f の間に生じる誘導起電力の大きさを、$u_1$ を含んだ式で表すと $\boxed{\text{キ}}$ となる。その後、コイルは角度 $\pm\phi_0$ の間を振り子運動するため、コイルの端子 a と f の間に生じている誘導起電力は周期的に変化する。角度 $\phi_0$ が十分小さい場合、誘導起電力が変化する周期は $\boxed{\text{ク}}$ となる。

(3) つぎに、磁場の向きが $x$ 方向である場合に、コイルが (2) と同様な往復運動を行うとする。誘導起電力が 0 となる回数は、一往復あたり $\boxed{\text{ケ}}$ 回である。

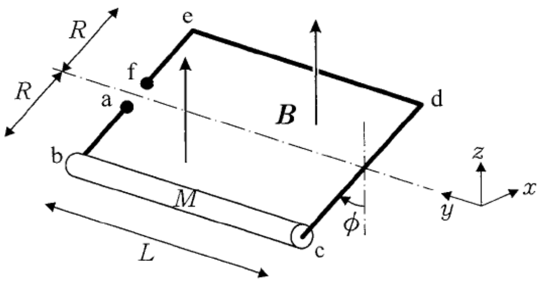


図 1

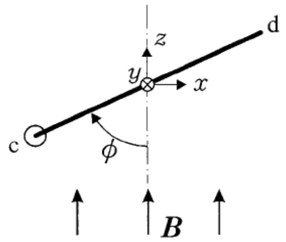


図 2
（図 1 を $y$ 軸方向へ見た場合）

**入試問題研究 第214回 2007年 慶応大学 理工 ② 電磁気 解答解説**

［Ⅱ］ 図に示すような・各辺の長さが $2R$ と $L$ の長方形コイル abcdef があり、辺 eb の中点と辺 cd の中点を通る軸のまわりに回転できる。今・水平面内に $x$、$y$ 軸をとり、鉛直上向きに $z$ 軸をとる。このコイルを. その回転軸が $y$ 軸と一致するように置き・磁束密度の大きさが $B$ の一様な磁場（磁界）を $z$ 方向にかけた。コイルの辺 bc は質量 $M$ の一様な細い金属棒でできているものとし、コイルの回転に対する摩擦力、コイルと金属棒の電気抵抗および金属棒以外のコイルの質量は無視できるものとする。また、端子 a や f には外力が働かないとする。辺 cd が鉛直練となす角度 $\phi$ は図中に示すようにとるものとし、重力加速度の大きさは $g$ とする。

（1）コイルの端子 a と f に直流電源を接続し、端子 a から端子 f へ一定の電流 $I$ を流したところ、角度 $\phi_o$ （ $\phi_0 > 0$ ）でつり合い静止した。このとき、コイルの辺 bc と辺 de が磁場から受けている力の大きさはおのおの $IBL$ ・・・ $\boxed{ア}$ であり、力の方向は逆向きであるから、これらの力による回転軸のまわりの力のモーメントの大きさは $2IBLR\cos\phi_0$ ・・・ $\boxed{イ}$ である。したがって、重力による力のモーメントとのつり合いの条件より $2IBLR\cos\phi_0 = MgR\sin\phi_0$ が成立するから、電流 $I$ は金属棒の質量 $M$ と角度 $\phi_0$ を含んだ式 $I=\dfrac{Mg\tan\phi_0}{2BL}$ ・・・ $\boxed{ウ}$ である。

（2）この状態から・直流電源をはずして電流を流さないようにした。電流が流れないので磁界からの力は生じなくなる。重力により、コイルが動き始めた。金属棒の位置エネルギーが最小となる角度を基準（最下点にbcがあるとき）として考えると、角度 $\phi_0$ のときに金属棒 bc が持つ位置エネルギーは $MgR(1-\cos\phi_0)$ ・・・ $\boxed{エ}$ となる。

その後、角度 $\phi$ になった瞬間での位置エネルギーは $MgR(1-\cos\phi)$ だから、エネルギー保存の法則より $MgR(1-\cos\phi_0)=MgR(1-\cos\phi)+\dfrac{1}{2}Mu_1^2$ が成立するので、金属棒の速さ $u_1$ は $u_1=\sqrt{2gR(\cos\phi-\cos\phi_0)}$ ・・・ $\boxed{オ}$ になる。

辺 bc、de が微小時間 $\Delta t$ の間に描く長方形の面積を、速さ $u$ が一定であるとみなして $u$ を含んだ式で表すと、おのおの $Lu\Delta t$ ・・・ $\boxed{カ}$ である。この結果と、磁束密度の方向を考慮して、コイルを貫く磁束の変化率や誘導起電力を求めることができる。たとえば、 $\phi=0$ になった瞬間の金属棒の速さを $u_1$ としたとき、コイルの端子 a と f の間に生じる誘導起電力の大きさを、 $u_1$ を含んだ式で表すと $V=2\cdot\dfrac{B\cdot Lu_1\Delta t}{\Delta t}$ だから、コイルの端子 a と f の間に生じる誘導起電力の大きさは $2BLu_1$ ・・・ $\boxed{キ}$ となる。

その後、コイルは角度 $\pm\phi_0$ の間を振り子運動するため、コイルの端子 a と f の間に生じている誘導起電力は周期的に変化する。角度 $\phi_0$ が十分小さい場合、単振り子の単振動だからその周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$ である。誘導起電力は、最下点を通過するときが最低・最高をとり、振動の両端部のときはゼロとなるから、誘導起電力の変化する周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$ ・・・ $\boxed{ク}$ となる。

（3）つぎに、磁場の向きを変えて、磁場の向きが $x$ 方向である場合に、コイルが（2）と同様な往復運動を行うとする。このとき、最下点での誘導起電力が 0、両端部でも誘導起電力がゼロとなるため、誘導起電力がゼロとなるのは、振動が一往復あたり 4・・・ $\boxed{ケ}$ 回になる。