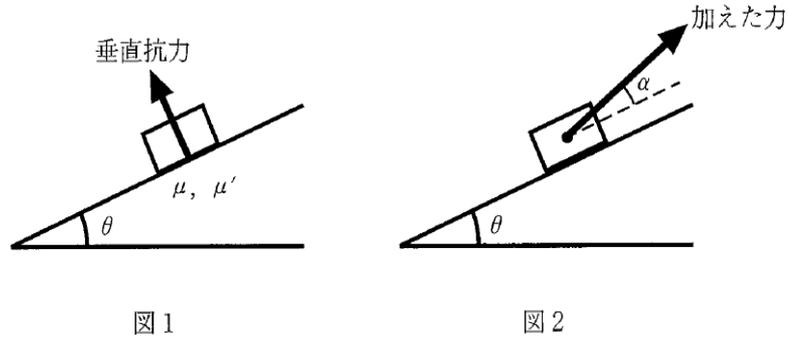


入試問題研究 第217回 2007年 早稲田大学 教育 ① 力学

※ なお、問題文は一部修正（選択肢などを省く）している場合があります。
元問題は予備校サイト（代々木ゼミナール）で入手できます。

[I] 以下の問題の答を解答用紙の所定欄に記入しなさい。

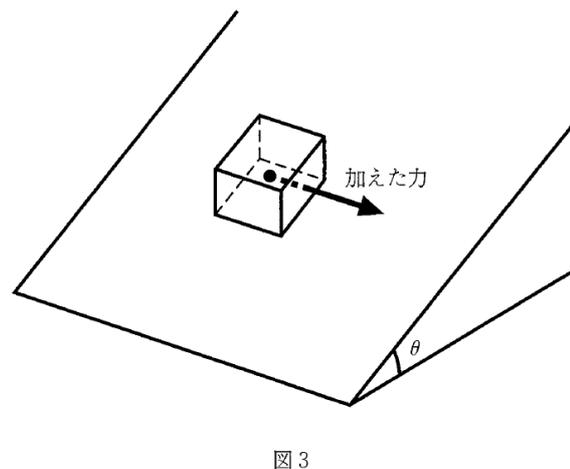
図1に示すように、水平面から θ だけ傾いた斜面上に、質量 m の物体を置いたが、滑り落ちなかった。ただし、静摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。静摩擦係数と動摩擦係数は、それぞれ、2物体が互いに平らな面を接触させて相対的に運動をする際、動き始めるときと、動いているときに物体間に働く摩擦力の大きさの、2物体間の接触面に関する垂直抗力に対する比である。



- (1) 物体が斜面から受ける垂直抗力を求めなさい。ただし、重力加速度を g とする。
- (2) 滑り落ちないために傾斜角 θ の満たすべき条件を書きなさい。
- (3) 斜面に平行、上向きに力を加え、物体を引き上げようとした。次第に力を強くしていったところ、あるところで物体が動き始めた。そのときの力の大きさはいくらか。
- (4) 同様に斜面に平行、下向きに力を加え、物体を引き下げようとした。物体が動き始めたときの力の大きさはいくらか。
- (5) 図2に示すように、物体の重心に上向きの力を加え、引き上げようとした。加えた力の方向と斜面とのなす角は α であった。物体が斜面に沿って上向きに動き始めたときの力の大きさはいくらか。ただし、この操作で、物体は斜面から浮き上がることはなかったものとする。

今度は、図3に示すように、物体の重心に斜面の等高線に平行な横向きの力を加えた。このときの物体の斜面上の運動を調べよう。

- (6) 動き始めたときの、加えた力の大きさはいくらか。
- (7) 上記(6)で動き始めるときを物体の重心に加え続ける。物体が動き出した瞬間に摩擦係数が静摩擦係数から動摩擦係数に変わるとして、物体の運動する方向はどうなるか。運動方向と等高線とのなす角の正接(タンジェント)の大きさを書きなさい。



- (8) 加えた力をそのまま持続するとき、加えた瞬間から時間が t だけ経過した間に物体が斜面上を進んだ距離はいくらか。

入試問題研究 第217回 2007年 早稲田大学 教育 ① 力学 解答解説

[I] 以下の問題の答を解答用紙の所定欄に記入しなさい。

図1に示すように、水平面から θ だけ傾いた斜面上に、質量 m の物体を置いたが、滑り落ちなかった。ただし、静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。静止摩擦係数と動摩擦係数は、それぞれ、2物体が互いに平らな面を接触させて相対的に運動をする際、動き始めるときと、動いているときに物体間に働く摩擦力の大きさの、2物体間の接触面に関する垂直抗力に対する比である。

- (1) 物体が斜面から受ける垂直抗力 N は $mg\cos\theta$ である。これは簡単!
- (2) 滑り落ちないためには斜面を滑り落ちようとする力 $mg\sin\theta$ が最大摩擦力 ($F_0 = \mu N$) を超えないことだから、 $mg\sin\theta \leq \mu mg\cos\theta$ がその条件である。よって、 $\tan\theta \leq \mu$ である。
- (3) 斜面に平行、上向きに力を加え、物体を引き上げようとした。次第に力を強くしていくと物体が動き始めた。そのときの力の大きさを F とする。動き始める直前の摩擦力は最大摩擦力だから $F - mg\sin\theta = \mu mg\cos\theta$ になる。よって、 $F = mg(\mu\cos\theta + \sin\theta)$ である。
- (4) 同様に斜面に平行、下向きに力を加え、物体を引き下げようとした。(3)と同様にして求めると、 $F + mg\sin\theta = \mu mg\cos\theta$ が成立するから、 $F = mg(\mu\cos\theta - \sin\theta)$ である。
- (5) 図2に示すように、物体の重心に上向きの力を加え、引き上げようとした。加えた力の方向と斜面とのなす角は α であった。物体が斜面に沿って上向きに動き始めたときの力の大きさを F とすると、物体が受ける垂直抗力は $N = mg\cos\theta - F\sin\alpha$ である。また、物体を引き上げる力の合力は $F\cos\alpha - mg\sin\theta$ である。よって、動き始めるときは最大摩擦力と引き上げる力の合力が等しくなるので、 $F\cos\alpha - mg\sin\theta = \mu(mg\cos\theta - F\sin\alpha)$ が成立する。このときの F を求めると、 $F = \frac{mg(\sin\theta + \mu\cos\theta)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$ である。

今度は、図3に示すように、物体の重心に斜面の等高線に平行な横向きの力を加えた。このときの物体の斜面上の運動を調べよう。

- (6) 動き始めたときの、加えた力の大きさを F とする。物体が斜面から滑り降りようとする力(重力の分力)は $mg\sin\theta$ 、垂直抗力は $mg\cos\theta$ である。
動き始めるのだから、加えた力と重力による分力の合力が最大摩擦力に等しくなる。よって $\mu mg\cos\theta = \sqrt{F^2 + (mg\sin\theta)^2}$ が成立する。これより、動き始めたときの、加えた力の大きさは $F = mg\sqrt{\mu^2\cos^2\theta - \sin^2\theta}$ である。
- (7) 上記(6)で動き始めるときを物体の重心に加え続ける。物体が動き出した瞬間に摩擦係数が静止摩擦係数から動摩擦係数に変わる。しかし、加える力はそのままだから、物体にかかる力の方向は変わらない。よって、(6)より、運動方向と等高線とのなす角の正接の大きさは $\frac{\text{斜面を滑り降りる力}}{\text{加えた力}} = \frac{mg\sin\theta}{mg\sqrt{\mu^2\cos^2\theta - \sin^2\theta}} = \frac{\sin\theta}{\sqrt{\mu^2\cos^2\theta - \sin^2\theta}}$ である。
- (8) 引く力と重力により斜面を滑り降りようとする力の合力(最大摩擦力) $\mu mg\cos\theta$ と、それとは逆向きに働く動摩擦力 $\mu' mg\cos\theta$ である。
物体の運動方程式は $ma = \mu mg\cos\theta - \mu' mg\cos\theta$ であるから、物体が滑るときの加速度は $a = (\mu - \mu')g\cos\theta$ になる。よって、力を加えた瞬間から時間が t だけ経過した間に物体が滑る距離は $\frac{1}{2} \cdot (\mu - \mu')g\cos\theta \cdot t^2$ である。