

入試問題研究 第218回 2007年 北海道大学 ① 力学

※ なお、問題文は一部修正（選択肢などを省く）している場合があります。
元問題は予備校サイト（代々木ゼミナール）で入手できます。

[1] 次の文章の [1] から [8] に適切な数式を入れよ。また、
[i]、[ii] には、それぞれ図2に示す a から h の中から適切な記号を選択し記入せよ。

図1のように、水平な床の上に、この床に対し傾き θ [rad] の斜面をもつ台をおき、その斜面上に質量 m [kg] の物体をのせる。斜面と物体の間には摩擦があり、静摩擦係数は

μ_0 、動摩擦係数は μ ($< \mu_0$) である。また、図1のように斜面にそって x 軸を、斜面と垂直な方向に y 軸をとり、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

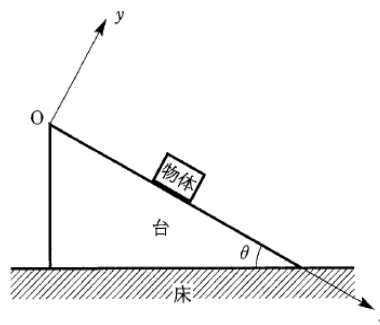


図1

問1 台を床に固定し、物体を静かに離す。このとき、静摩擦係数 μ_0 の大きさにより、物体がすべり出す場合とすべり出さない場合がある。物体がすべり出さない場合を考えよう。物体が台から受ける垂直抗力の大きさは [1] [N]、摩擦力の大きさは [2] [N] である。したがって、物体がすべり出さないためには、静摩擦係数 μ_0 が [3] より大きくなければならない。これに対し、静摩擦係数が [3] より小さくて物体がすべり出す場合には、物体の加速度の大きさは [4] [m/s²] となる。

問2 物体と台がともに静止している最初の状態から、図2のように、物体を静かに話すと同時に、台を床に沿って右方向に大きさが A [m/s²] の一定加速度で動かした。ただし、 μ_0 は [3] より小さいものとする。この場合の物体の運動を、台と一緒に等加速度運動する観測者の立場で考える。この観測者から見ると、物体は図2の

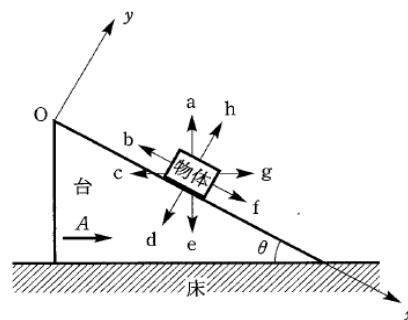


図2

[i] の矢印の方向に大きさが [5] [N] の慣性力が働いている。物体が台に対して動き出さない場合、物体に働く垂直抗力の大きさは [6] [N]、摩擦力の x 成分は [7] [N] である。したがって、物体が台に対して動き出さないためには、加速度の大きさ A は $\frac{\tan \theta - \mu_0}{1 + \mu_0 \tan \theta} g$ [m/s²]

より大きく、 [8] [m/s²] より小さい必要がある。これに対し、加速度の大きさ A が

[8] [m/s²] より大きい場合には、物体は台に対して図2の [ii] の矢印の方向に動き出す。

入試問題研究 第218回 2007年 北海道大学 ① 力学

[1] 次の文章の [1] から [8] に適切な数式を入れよ。また、[i]、[ii] には、それぞれ図 2 に示す a から hの中から適切な記号を選択し記入せよ。

図 1 のように、水平な床の上に、この床に対し傾き θ [rad]の斜面をもつ台をおき、その斜面上に質量 m [kg] の物体をのせる。斜面と物体の間には摩擦があり、静止摩擦係数は μ_0 , 動摩擦係数は μ ($<\mu_0$)である。また、図 1 のように斜面にそって x 軸を、斜面と垂直な方向に y 軸をとり、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。

問 1 台を床に固定し、物体を静かに離す。このとき、静止摩擦係数 μ_0 の大きさにより、物体がすべり出す場合とすべり出さない場合がある。物体がすべり出さない場合を考えよう。物体が台から受ける垂直抗力の大きさは $mg\cos\theta \cdots$ [1] [N], 摩擦力の大きさは $mg\sin\theta \cdots$ [2] [N] である。したがって、物体がすべり出さないためには、最大摩擦力 $F_0=\mu_0 N=\mu_0 mg\cos\theta$ を静止摩擦力が超えないことである。よって、 $\mu_0 mg\cos\theta \geq mg\sin\theta$ を満たせばよい。よって、静止摩擦係数 μ_0 が $\tan\theta \cdots$ [3] より大きくなければならない。これに対し、静止摩擦係数が [3] より小さくて物体がすべり出す場合には、運動方程式 $ma=mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta$ より、物体の加速度の大きさは $g\sin\theta-\mu g\cos\theta \cdots$ [4] [m/s²]となる。

問 2 物体と台がともに静止している最初の状態から、図 2 のように、物体を静かに話すと同時に、台を床に沿って右方向に大きさが A [m/s²] の一定加速度で動かした。ただし、 μ_0 は [3] より小さいものとする。この場合の物体の運動を、台と一緒に等加速度運動する観測者の立場で考える。物体は図 2 の「c」 $\cdots$ [i] の矢印の方向に大きさが $mA \cdots$ [5] [N] の慣性力が働く。物体が台に対して動き出さない場合、垂直抗力の大きさは $mg\cos\theta+mA\sin\theta \cdots$ [6] [N]、摩擦力の x 成分は $mg\sin\theta-mA\cos\theta \cdots$ [7] [N] である。

物体が台に対して動き出さないためには、「静止摩擦力が最大摩擦力を超えない」だから、 $\mu_0(mg\cos\theta+mA\sin\theta) \geq |mg\sin\theta-mA\cos\theta|$ であればよい。よって、2つの場合に分けられる。1つは、物体が斜面を滑り降りるケース($mg\sin\theta > mA\cos\theta$ のとき)である。このとき、

$$\mu_0(mg\cos\theta+mA\sin\theta) \geq mg\sin\theta-mA\cos\theta \text{ が成立するから、 } A \geq \frac{g(\sin\theta-\mu_0\cos\theta)}{\mu_0\sin\theta+\cos\theta} \text{ より、}$$

加速度の大きさ A は $\frac{\tan\theta-\mu_0}{1+\mu_0\tan\theta}g$ [m/s²] より大きい時に静止できる。

もう一つのケースは、物体が斜面を登るケース($mg\sin\theta < mA\cos\theta$)である。このときの条件

は $\mu_0(mg\cos\theta+mA\sin\theta) \geq -mg\sin\theta+mA\cos\theta$ であるので、 $A \leq \frac{g(\mu_0\cos\theta+\sin\theta)}{\cos\theta-\mu_0\sin\theta}$ だか

ら、 $\frac{g(\mu_0+\tan\theta)}{1-\mu_0\tan\theta} \cdots$ [8] [m/s²] より小さい必要がある。加速度の大きさ A が [8] [m/s²] より

大きい場合には、物体は台に対して登るので、図 2 の「b」 $\cdots$ [ii] の矢印の方向に動き出す。