

入試問題研究 第221回 2007年 神戸大学 ① 浮力

※ なお、問題文は一部修正（選択肢などを省く）している場合があります。

元問題は予備校サイト（代々木ゼミナールなど）で入手できます。

[I]

次の文章を読んで、問 1～4 に答えなさい。解答欄には解答の導出過程も示しなさい。文中に与えられた物理量のほかに問題の解答に必要な物理量があれば、それを表す記号をすべて各自が定義し、解答欄に明示しなさい。

液体中の物体に働く浮力の大きさは、その物体が入ったことで押しのけられた液体が受けていた重力の大きさに等しい。これをアルキメデスの原理という。

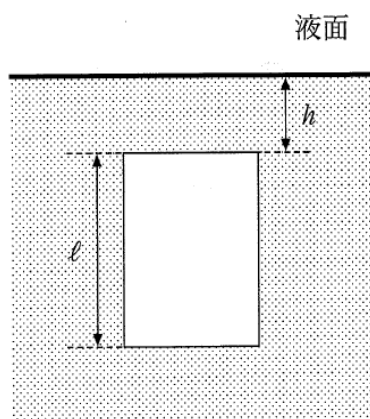
図のように高さ l 、底面積 S 、密度 ρ の円柱形の物体の上面を密度 ρ_0 ($\rho < \rho_0$) の液体の液面より h だけ下げて手で固定した。物体は均質で変形せず、液体の密度はいたるところで等しいと仮定する。また、重力加速度を g とする。

問 1 図に示した物体の上面および底面にかかる圧力をそれぞれ求めなさい。

問 2 物体の表面全体にかかる圧力を考慮して、アルキメデスの原理が成り立つことを示しなさい。

問 3 図の状態から静かに手を離したところ、物体はまっすぐに上昇を始めた。手を離してから物体の上面が液面に達するまでの時間を求めなさい。ただし、物体が液体から受ける抵抗は無視できるとする。

問 4 力学的エネルギー保存の法則を用いて、物体の上面が液面に達したときの速さを求めなさい。



入試問題研究 第221回 2007年 神戸大学 ① 浮力 解答解説

[I]

図のように高さ l 、底面積 S 、密度 ρ の円柱形の物体の上面を密度 ρ_0 ($\rho < \rho_0$) の液体の液面より h だけ下げて手で固定した。物体は均質で変形せず、液体の密度はいたるところで等しいと仮定する。また、重力加速度を g とする。

問1 物体の上面にかかる圧力は $P_0 + \rho_0 g h$ および底面にかかる圧力は $P_0 + \rho_0 g (h + l)$ である。

問2 圧力による力は公式 $F = PS$ より、物体の底面にかかる力は $\{P_0 + \rho_0 g (h + l)\}S$ (上向き)であり、上面にかかる力は $(P_0 + \rho_0 g h)S$ (下向き)である。

側面が受ける力は打消しあい、力の合力は $\{P_0 + \rho_0 g (h + l)\}S - (P_0 + \rho_0 g h)S = \rho_0 S l g$ になる。

物体の体積が $S l$ より、物体が押しのけた液体の質量は $\rho_0 S l$ だ。よって、 $\rho_0 S l g$ は「物体が押しのけた液体の重力(重さ)」に相当する。

以上より、「**液体中の物体に働く浮力の大きさは、その物体が入ったことで押しのかれた液体が受けていた重力の大きさに等しい(アルキメデスの原理)**」が成り立っていることがわかる。

問3 手を離れた後の物体の運動において、物体の加速度を a とし、水の抵抗が無視できるので、物体の運動方程式は $\rho S l \cdot a = \rho_0 S l g - \rho S l g$ である。よって、物体の加速度 a は $\frac{(\rho_0 - \rho)g}{\rho}$ である。

等加速度運動の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より、初速度がゼロ、加速度が $\frac{(\rho_0 - \rho)g}{\rho}$ だから、

物体の上面が液面に達するまでの時間を t とすると $h = \frac{1}{2} \left(\frac{(\rho_0 - \rho)g}{\rho} \right) t^2$ が成立する。

よって、 $t = \sqrt{\frac{2\rho h}{(\rho_0 - \rho)g}}$ だから、物体の上面が液面に達するまでの時間は $\sqrt{\frac{2\rho h}{(\rho_0 - \rho)g}}$ である。

問4 「物体が h 上昇し、物体の体積に相当する液体が h 下降する」のだから重力による位置エネルギーの減少分は $\rho_0 S l g h - \rho S l g h$ である。

物体の上面が液面に達したときの速さを v とすると、力学的エネルギー保存の法則より、重力による位置エネルギー減少分 $\rho_0 S l g h - \rho S l g h$ が物体の運動エネルギー $\frac{1}{2} \rho S l \cdot v^2$

に等しくなる。よって、 $\frac{1}{2} \rho S l \cdot v^2 = \rho_0 S l g h - \rho S l g h$ の関係式が成立し、物体の上面が液

面に達したときの速さ v は $\sqrt{\frac{2(\rho_0 - \rho)g h}{\rho}}$ である。