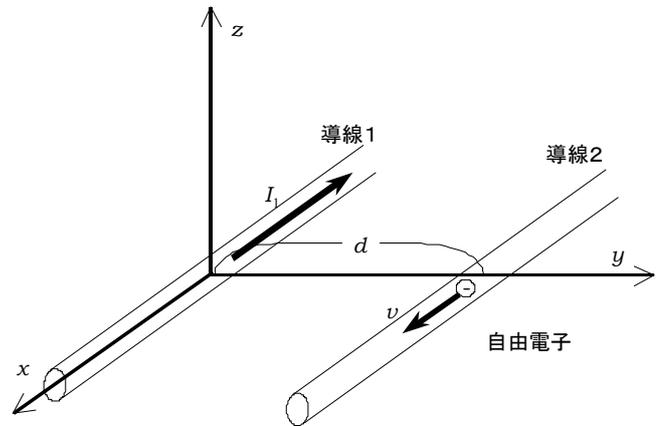


入試問題研究 第24回 2002年 神戸大学 前期② 電磁気：ローレンツ力

II 次の文章を読んで、問1～6に答えなさい。(配点 25 点)

真空中において、図のように x 軸方向に 2 本の無限に長い直線導線(導線1、導線2と呼ぶ)が d [m] はなれて平衡に配置されている。導線1には大きさ $I_1 (> 0)$ [A] の電流が x 軸負の向きに流れている。図のように 2 本の導線を含む平面内で x 軸に直交する軸を y 軸とし、 xy 平面に直交する軸を z 軸とする。以下では、真空の透磁率は μ_0 [N/A²]、素電荷は $e (> 0)$ [C] とし、導線の直径は d に比べて十分に小さいものとする。また、数値の答えについては有効数字 2 桁で答えなさい。



- 問1 導線2が銅で出来ているとき、体積 1cm^3 当たりの自由電子の個数を計算しなさい。ただし、銅は1原子当たり1個の自由電子を供給し、その原子量は 63.5、密度は 8.96g/cm^3 とする。
- 問2 導線2の断面積を S [m²]、単位体積当たりの自由電子の数を n [1/m³] とし、すべての自由電子は言っているの速さ v [m/s] で x 軸正の向きに運動しているものとする。導線2の電流の大きさを I_2 [A] とするとき、 I_2 を表す式を書きなさい。
- 問3 問2で求めた I_2 の表式について、単位がアンペア(A)になっていることを説明しなさい。
- 問4 電流 I_1 により、導線2の位置に発生する磁束密度 \vec{B} [T] を成分表示で書きなさい。ここで、一般にベクトル \vec{a} の成分を $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ と書くことにする。
- 問5 導線2の長さ L [m] の部分に存在する全自由電子に働くローレンツ力の総和 \vec{F} [N] を成分表示で書きなさい。
- 問6 $d = 1.00$ [m] となるように配置し、導線1と導線2に同じ大きさの電流を流す。このとき、導線2の受ける力が長さ 1m 当たり 1.00 [N] となるためには何アンペア(A)の電流を流せばよいか計算しなさい。ここで、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [N/A²] である。

入試問題研究 第24回 2002年 神戸大学 前期② 電磁気：ローレンツ力 解答・解説

※ 教科書の説明をそのまま出題したような問題だ。出来て当然の基本問題だ。

問1 1cm^3 当たりの銅原子の数を求めればよい。なんだか化学の問題みたいだが…

銅 1cm^3 の銅の重さは $8.96[\text{g}]$ だから、 $8.96 \div 63.5 = 0.1411\dots$ だから、銅のモル数は 0.141 モルだ。アボガドロ数 6.02×10^{23} をかけると原子数だから、 1cm^3 当たりの銅原子の数は $0.8494\dots \times 10^{23}$ 個だ。よって、有効数字 2 桁で求めると、 1cm^3 当たりの自由電子数は 8.5×10^{22} 個である。

問2 オームの法則のところ習ったそのままの教科書の説明内容だ。

電流は「1 秒間に流れる電気量」だから、 $I_2 = enSv$ である。

問3 次元を考えるとよい。教科書にも、弦を伝わる波の速さを説明している(次元解析法)。

電気量は電流と時間の積だから e は $[\text{A} \cdot \text{T}]$ 、自由電子密度 n は $[\text{L}^{-3}]$ 、面積 S は $[\text{L}^2]$ 、速度 v は $[\text{L} \cdot \text{T}^{-1}]$ である。よって、 $enSv$ の次元は $[\text{A} \cdot \text{T}] \times [\text{L}^{-3}] \times [\text{L}^2] \times [\text{L} \cdot \text{T}^{-1}]$ より、電流の次元 $[\text{A}]$ と一致している。

問4 基本公式を使うだけで簡単。直線電流の周りに出来る磁界の強さは $H = \frac{I}{2\pi r}$ 、磁界の強さと磁束密度

の関係は $B = \mu H$ だから、導線から d 離れた位置では、 $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ $[\text{T}]$ である。参考 磁束密度の単位 $[\text{T}]$ は読み方を「テスラ」といい、 $[\text{Wb}/\text{m}^2]$ (ウェーバ毎平方メートル) のことである。向きは z 軸下向きだから、ベクトル表示すると、 $\vec{B} = \left(0, 0, -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\right) [\text{T}]$ になる。

問5 導線2の長さ L $[\text{m}]$ 含まれる自由電子数は nSL 個である。1 個の自由電子が受けるローレンツ力は $f = evB = \frac{\mu_0 e I_1 v}{2\pi d}$ $[\text{N}]$ になる。

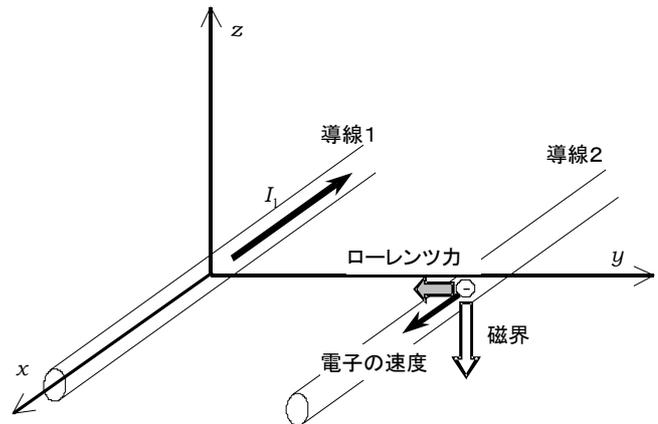
よって、全自由電子が受ける力は

$$F = \frac{\mu_0 e I_1 v}{2\pi d} \times nSL = \frac{\mu_0 e I_1 L n S v}{2\pi d} [\text{N}] \text{ だ。}$$

また、問3の結果より、電流は $I_2 = enSv$

$$\text{だから、} F = \frac{\mu_0 I_1 L}{2\pi d} \times enSv = \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2 L$$

$[\text{N}]$ である。向きは左向きだから、ベクトル表示すると、導線2の長さ L $[\text{m}]$ の部分に存在する自由電子に働くローレンツ力の総和は $\vec{F} = \left(0, -\frac{\mu_0 I_0 I_0 L}{2\pi d}, 0\right) [\text{N}]$ である。



問6 具体的数値を代入すると、導線1、2の電流を I として、 $1.00 = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi \times 1.00} \times I \times I \times 1$ になる。これより、

$$I = \sqrt{5 \times 10^6} = 2.236\dots \times 10^3 \text{ だから、導線1, 2に流す電流値は } 2240[\text{A}] (2.24 [\text{kA}]) \text{ である。}$$