

入試問題研究 第28回 2004年 岡山大学 前期 ① 円運動

図1に示すように、糸の上端を天井に固定し、下端に質量 m の小球を取り付け、この小球を床から高さ h の水平面内で O 点を中心とする半径 r の等速円運動をさせたところ、糸は鉛直に対して θ の角度となった。次に小球が A 点に達したとき、糸が切れて、小球はある速さで水平方向へ投げ出されたのち、床面の C 点においてはねかえり、 D 点に達した。ここで、重力加速度の大きさは g とする。ただし、空気の抵抗や糸の質量は無視でき、床はなめらかとする。

- (1) 小球が等速円運動しているとき、糸の張力はいくらか。
- (2) 等速円運動している小球の速さ v_0 はいくらか。
- (3) 小球が A 点で落下し始めて、 C 点に達するまでの時間 T_0 はいくらか。
- (4) C 点ではねかえった小球が高さ $\frac{h}{n}$ まで到達したとすると、はねかえり係数 e はいくらか。ただし、 $n \geq 1$ とする。
- (5) 図1に示すように、 A 点直下の床面の点を B 点とすると、 B 点から D 点までの距離は v_0 、 T_0 、 e を用いて表しなさい。

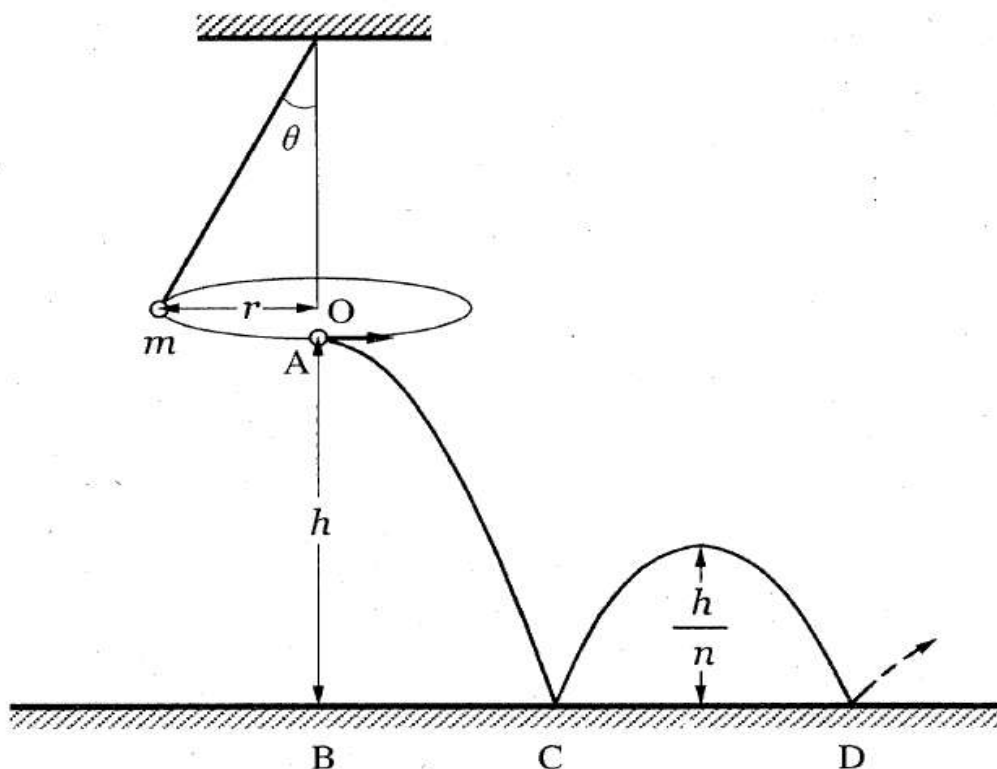


図 1

入試問題研究 第28回 2004年 岡山大学 前期 ① 円運動 解答・解説

円錐振り子と落下運動の融合問題で、基本レベルの問題である。

- (1) 糸の張力を T とする。鉛直方向の力はつりあうから、 $T \cos \theta = mg$ の関係式が成立する。

よって、糸の張力は $T = \frac{mg}{\cos \theta}$ である。

- (2) 水平方向の力が向心力となるので、向心力は $mg \tan \theta$ である。よって $mg \tan \theta = m \frac{v_0^2}{r}$

が成立する。これより、小球が等速円運動するときの速度は $v_0 = \sqrt{gr \tan \theta}$ である。

- (3) 糸が切れて小球が A 点から水平方向の初速度 $v_0 = \sqrt{gr \tan \theta}$ で水平投射運動をおこなう。

C 点に達するまでの時間を T_0 とすると、小球が高さ h だけ落ちる時間を求めればよい。

鉛直方向の初速度ゼロだから、等加速度運動の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ に代入、整理すると

$$h = \frac{1}{2} g T_0^2 \text{ が成立する。よって、A 点から C 点に達するまでの時間は } T_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ である。}$$

- (4) C 点に落下する直前の鉛直方向速度は $v = g T_0 = \sqrt{2gh}$ である。はねかえり係数を e と

すると、はねかえった直後の鉛直方向の速度は $v' = e \sqrt{2gh}$ である。等加速度運動の公式

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \text{ に代入して } 0^2 - v'^2 = 2(-g)h' \text{ が求まる。よって、小球が床ではねかえって}$$

上がる最高点の高さは $h' = e^2 h$ になる。よって $\frac{h}{n} = e^2 h$ が成立するから、小球と床面の衝

突のはねかえり係数 e は $\sqrt{\frac{1}{n}}$ である。

- (5) B 点から D 点までの小球の水平方向の運動は等速運動であり、水平方向速度は変化しない。

B 点から C 点までの水平方向の距離は $v_0 T_0$ である。

また、C 点から D 点までの時間を T とすると、等加速度運動の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ から

$$0 = e \sqrt{2gh} T - \frac{1}{2} g T^2 \text{ より } T = 2e \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2e T_0 \text{ になる。これより、C 点から D 点の水平方向}$$

の移動距離は $v_0 T = 2e v_0 T_0$ になる。

以上より、B 点から D 点までの距離は $(1+2e)v_0 T_0$ である。