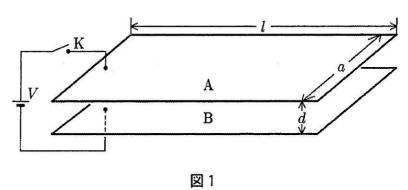
## 入試問題研究 第34回 2004年度 京都大学 後期 ② コンデンサー

次の文を読んで、 には適した式を、 $\{ \}$  から正しいものを選びその番号を、また には 25 字~50 字の適切なことばを、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、必要な場合に は、微小量 x および任意の実数 k に対して成り立つ近似式、  $(1+x)^k \approx 1+kx$  (ただし、 $|x| \ll 1$ )を用いよ。

同じ長方形の2枚の導体極板A、Bが間隔 d で向かい合わせに配置された平行板コンデンサーを考える。コンデンサーは空気中にあり、空気の誘電率を  $\epsilon$  とし、極板の端における電界の乱れは常に無視できるものとする。

(1) 図 1 のように、極板 A、B の辺の 長さを a、 l とし、極板間に起 電力 V の電池とスイッチ K を直 列につなぐ。スイッチを閉じて十分 に時間がたってからスイッチを開い たとき、コンデンサーに蓄えられた エネルギーを充電された電気量 Q

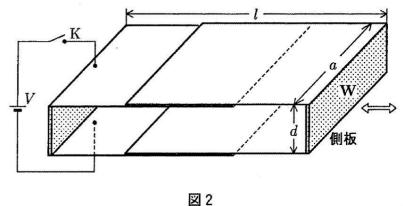
を用いて表すと \_\_\_\_ イ \_\_ である。 充電されたコンデンサーの極板



はクーロン力により互いに引力を及ぼしあっている。この力に抗して一方の極板に外力を加え、極板間の間隔を  $d+\Delta d$  まで微小変化させたとすると、この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量は  $\Box$  である。このエネルギーの変化量が外力のした仕事に等しいことから、極板間の引力は  $\Box$  に等しいことが分かる。この力の大きさをコンデンサー内の電界の強さ E を用いて表し、極板の単位面積あたりの力を求めると  $\Box$  となる。

(2) 次に、向かい合った極板の面積を同時に変えることができる平行板コンデンサーを考えよう。図2

のように、両極版はいずれも同じ幅 *a* の2枚の薄い導体板を部分的に 重ねて作られている。極板の左右の 端には極板間に絶縁性の側板が取り 付けられており、右側の側板 W を左 右に動かして導体板の重なりを調整 することにより、極板の面積を変えるこ とが出来る。このとき、重ねられた導体 板は常に接触しているが摩擦なしに 滑らせることができ、また、極板間の



間隔 d の変化はないとする。このコンデンサーを充電したとき、側板には、上下の極板が押し付ける力のほかに横向きの力が働くが、以下のようにして分かる。この横向きの力の性質を調べてみよう。 (a) 始めに、極板の左右の長さを l に保ち、(1) の場合と同様に、回路のスイッチ k を閉じて充電した後、スイッチを開いておく。ここで、側板に働く横向きの力に抗して側板 k Wni 外力を加え、極板の長さを k まで微小変化させたとしよう。この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量を、充電された電気量 k を用いて表すと、 k である。このことから、微小変化の間は側板に働

| く力の大きさは一定であるとみなして、側板に加えられた外力を求めると、  へ  となる。               |
|---|
| (b) 再び極板の長さを $l$ に戻した後、今度はスイッチ $K$ を閉じたまま、やはり側板 $W$ に横向きの |
| 外力を加え、極板の長さを $l+\Delta l$ まで微小変化させたとしよう。この場合に、コンデンサーに蓄えら  |
| れたエネルギーの変化量は ト であり、また、この間に電池がする仕事は、蓄えられた電気                |
| 量の変化を考慮すれば、 チ である。したがって、この場合に加えた外力は リ とな                  |
| る。  |
| 以上より、このコンデンサーの側板 W に働く横向きの力の方向は、(a) の場合には図 2 の {ヌ:①左      |
| 方向、②右方向}、また(b) の場合には図2の {ル:①左方向、②右方向} であることが分かる。この        |
| 力の大きさをコンデンサー内の電界の強さ $E$ を用いて表し、側板 $W$ の単位面積あたりの力を求め       |
| ると、(a)、(b) のいずれの場合も、 フ となる。このような横方向の力が生じるのは、 ワ            |
| が原因である。   |

## 入試問題研究 第34回 2004年度 京都大学 後期 ② コンデンサー 解答・解説

- (1) コンデンサーの電気容量の公式  $C=\frac{\epsilon S}{d}$  より、 $C=\frac{\epsilon al}{d}$  である。このコンデンサーに電圧 V がかかるので、蓄えられたエネルギーは  $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{Q^2d}{2\epsilon al}$  ・・・  $\boxed{I}$  である。スイッチが開かれているので、電気量は変化しない。よって極板を広げたときのエネルギーは $U'=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{Q^2(d+\Delta d)}{2\epsilon al}$  になるから、エネルギーの変化量は  $\Delta U=U'-U=\frac{Q^2\Delta d}{2\epsilon al}$  ・・・  $\boxed{I}$  である。外力の大きさを F とすると、外力がした仕事は  $W=F\Delta d$  だから、極板間の引力は  $F=\frac{Q^2}{2\epsilon al}$  ・・・  $\boxed{I}$  である。コンデンサー内部に出来る電界の大きさは  $E=\frac{V}{d}$  で変化しない (電気量が一定なので電気力線の密度が変わらないから)。また、 $Q=CV=\frac{\epsilon al\,V}{d}$  であるから、 $Q=\epsilon al\,E$  が成立する。よって、極板間の力は  $F=\frac{1}{2}\epsilon al\,E^2$  だから、単位面積あたりの力は  $f=\frac{F}{S}=\frac{1}{2}\epsilon E^2$  ・・・  $\boxed{I}$  である。

 $Q=\epsilon alE$  を代入すると、前者  $\square$  は  $F=\frac{1}{2}\epsilon adE^2$  になり、  $E=\frac{V}{d}$  を代入すると後者  $\square$  も  $F=\frac{1}{2}\epsilon adE^2$  になる。よって、単位面積あたりの力は  $f=\frac{F}{S}=\frac{1}{2}\epsilon E^2$  ・・・  $\square$  である。 横方向の力が生じるのは「極板内の電荷が互いに斥力を持ち、左右方向に広がろうとする力が存在すること」が原因である。なお、両極板間の引力は縦方向なので、左右方向の力にはならない。