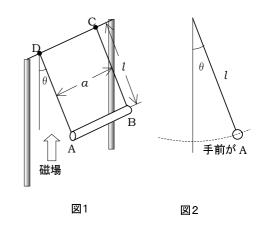
入試問題研究 第37回 2001年 大阪大学 前期② 電磁誘導、電流が受ける磁場からの力

図1のように、質量 m [kg] の細い金属棒 AB を、質量の無視できる細い2本の導線 BC、DA で結び、回転軸となる金属棒に吊り下げ、長方形のブランコ ABCD を作った。導線 BC、DA は互いに平行で、長さが l [m]、間隔 a [m] とする。回転軸 CD は地面に水平で、絶縁体の支柱で支えられている。金属棒の CD 間の電気抵抗は R [Ω] で、金属棒 AB および導線 BC、DA の電気抵抗は無視できるものとする。また、ブランコの各部は剛体で変形せず、それぞれの太さも十分に小さいものとする。重力加速度の大きさは g [m/s²] とする。以下の設問に答えよ。選択式の解答には適当な答えの番号を記入せよ。



問1. 磁場(磁界)がないとき、ブランコを角度 θ_0 [rad] だけ傾け、静かに離すと、振り子運動を始めた。 金属棒 AB が最下点に来たときの速さ V [m/s] を求めよ。

次に、鉛直上向きに磁東密度 B[T] の磁場を加えた後、ブランコを傾け、静かに離したところ、振動を始めた。図2のようにブランコが鉛直方向に対して角度 θ [rad] だけ傾いていて、 θ が増える向きに動きつつあるとする。

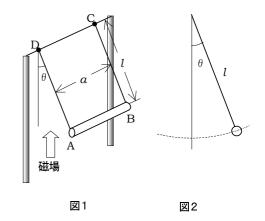
問2. 極めて短い時間 Δt [s] の間にブランコの角度が $\Delta \theta$ [rad] だけ変化したとすると、金属棒 AB の速さは v= m/s] と表される。

(以下の解答には、必要ならば v を用いてよい)

- 問3. ブランコ ABCD を上向きに貫く磁束は (a) [Wb] であるから、ブランコに生じる誘導起電力の大きさは (b) [V] となる。したがって、金属棒 AB に流れる電流の大きさは (c) [A] で、その方向は図2において、紙面の (d) ①裏から表 ②表から裏 へ向かう方向である。金属棒 AB を流れる電流は磁場から力を受けるが、その大きさは (e) [N] で、方向は紙面の (f) ①右から左 ②左から右 へ向かう向きである。 また、導線 BC、AD を流れる電流にも力が働く。その力は導線 BC、DA にお互いに (g) ①近づかせる ②遠ざける ③ねじろうとする 向きに働くが、大きさが等しいので、合力としてはゼロである。
- 問4. 問3で求めたように、金属棒 ABを流れる電流は磁場から力を受ける。その力がなす単位時間当たりの仕事を求めよ。解答の際には、用いた考え方や計算の過程を簡潔に示せ。
- 問5. CD 間の電気抵抗 $R[\Omega]$ で発生する単位時間当たりのジュール熱を求めよ。解答の際には用いた考え方や計算の過程を簡潔に示せ。
- 問6. 磁場がない場合に比べブランコの運動はどう変化するか。他の物理現象との類推を交えつつ述べよ。また、はじめにブランコが持っていたエネルギーはどのように変化していくのか。合計 140 字以内で述べよ。

入試問題研究 第37回 2001年 大阪大学 前期② 電磁誘導、電流が受ける磁場からの力

- 問1. 力学的エネルギー保存の法則を適用すると、 $mgl(1-\cos\theta_0)=\frac{1}{2}mV^2\quad\text{が 成 立 する。よって、}$ $V=\sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}\ [\text{m/s}]\ \text{である。}$
- 問2. 角速度が $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ である。また、角速度と速度の公式 $v=r\omega$ より、金属棒 AB の速さは $v=l\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ [m/s] と表される。



問3. ブランコが角度 θ であるので、コイル ABCDを上向きに貫く磁束は $\Phi=B\cdot al\sin\theta$ …(a) [Wb] であるから、ブランコに生じる誘導起電力の大きさは $V=\frac{d\Phi}{dt}$ より、 $V=aBl\cos\theta\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ だから、 $V=aBl\cos\theta\cdot\frac{v}{l}=aBv\cos\theta$ …(b) [V] となる。また、金属棒 AB に流れる電流の大きさは、オームの法則より、 $I=\frac{V}{R}=\frac{aBv\cos\theta}{R}$ …(c)[A] でる。電流の向きは、磁束の変化を妨げる方向になるから、 図2において、紙面の「①裏から表」…(d) へ向かう方向である。

電流は磁場から $f = IBl\sin\theta$ の力を受けるので、金属棒の力の大きさは $f = \frac{a^2B^2v\cos\theta}{R}$ … (e)[N] になる。また、フレミングの左手の法則より、力の方向は紙面の「①右から左」…(f) へ向かう向きである。 また、導線 BC、AD を流れる電流にも同様の力が働く。フレミングの左手の法則より、その力は導線 BC、DA にお互いに「①近づかせる」…(g) 向きだが、大きさが等しいので、合力としてはゼロである。

- 問4. 力は、左向きに大きさが $f=\frac{a^2B^2v\cos\theta}{R}$ で、速度の方向は 水平より角度 θ だけ上向きに、速度 が v である。よって、その力がなす単位時間当たりの仕事は $P=f\cdot v\cdot\cos\theta$ だから、 $P=\frac{a^2B^2v\cos\theta}{R}\cdot v\cdot\cos(\pi-\theta)=-\frac{(aBv\cos\theta)^2}{R}$ [W] である。
- 問5. $R[\Omega]$ で発生する単位時間当たりのジュール熱は、抵抗での消費電力の公式 $P=I^2R$ に代入して、 $P=\left(\frac{aBv\cos\theta}{R}\right)^2R=\frac{(aBv\cos\theta)^2}{R}[W]$ である。 これは、問 4 の金属棒がする仕事の大きさ(金属棒が失う仕事)と発生するジュール熱が等しいことを示している。
- 問6. 磁場があるとき、電磁誘導により誘導電流が生じ、電気抵抗により熱エネルギーに変換され、運動エネルギーが急速に減少する。このため、振り子運動に大きな抵抗が働くことになる。これは、抵抗の大きな水中で振り子を振らせたときと同じで、振り子の振幅は急速に小さくなり、振り子はすぐに止まってしまう。