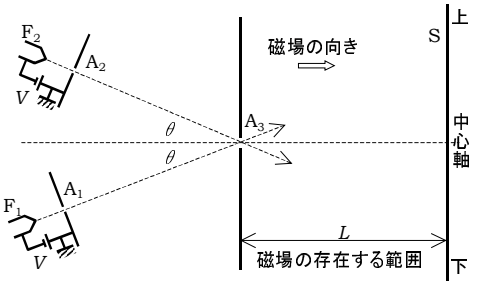
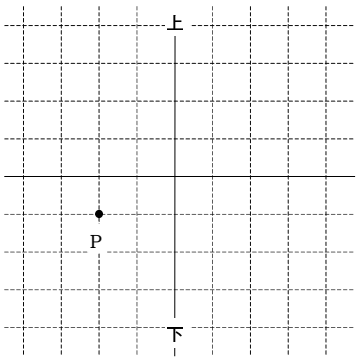
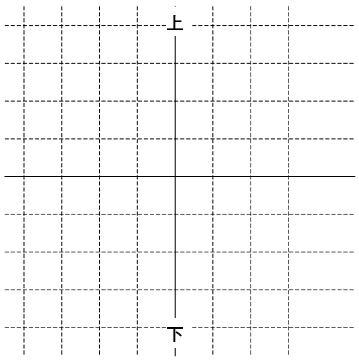
入試問題研究　第 40 回　2002 年 東工大 ①　ローレンツ力（電子の比電荷測定）







図のような電子の比電荷を測定するための実験装置を考える。装置は真空中に置かれ、中心軸に対して上下対称な位置になるフィラメント F_1、F_2 から初速度 0 で電子が発生する。この電子は、F_1、F_2 と小さな穴のあいた電極 A_1、A_2 との間の電位差 V（固定）で加速され、直進して中心軸上に小さな穴のあいたスリット A_3 を通過する。F_1、F_2 からの電子が A_3 を通過するときに中心軸となす角度をそれぞれ θ とし、電子間に働く力は無視する。A_3 から距離 L のところに十分大きな蛍光板 S が置かれており、A_3 と S の間だけに磁束密度の強さ B（可変）の磁場が図に示された方向に一様にかけられている。A_3 を通過した電子は、この領域をある軌道を描いて飛行した後、S に衝突して蛍光を発生させる（以下、これを蛍光スポットと呼ぶ）。電子の質量を m、電荷を $-e$ として、以下の問いに答えなさい。ただし、地磁気および重力の影響は無視してよい。

(a) 電極 A_1 を通過後の電子の速さ v を求めなさい。

(b) 一方のフィラメントから発生した電子による S 上の蛍光スポットが、A_3 から S を見たときに図(b)の P の位置にあった。このとき他方のフィラメントからの電子による蛍光スポットはどこに現れるか。Q として図に書き入れなさい。

(c) 磁束密度の強さ B が(b)と同じ値のとき、F_1 から発生した電子は、A_3 と S の間で周期的に中心軸を通過するような運動をした。A_3 から S の方向を見たときに、中心軸に垂直な平面上に投影したこの電子の運動の軌跡を描くとともに、運動の向きを矢印で示しなさい。

(d) (c)の電子が中心軸を通過する周期 T を求めなさい。また、この T の間に電子が進む中心軸上の距離 l を求めなさい。ただし、(a)の v を用いずに表すこと。

(e) F_1、F_2 からの電子線による S 上の蛍光スポットがひとつになるように磁束密度の強さ B を調節した。このとき電子が A_3 通過後 S までの間（S 上を含める）に中心軸に到達した回数を n（ただし n は自然数）として、電子の比電荷 $\dfrac{e}{m}$ を V、B、L、θ、n を用いて表しなさい。

(f) n の値がわからないと、(e)の結果からは $\dfrac{e}{m}$ の値が決まらない。そこで $\dfrac{e}{m}$ を求めるために次の 2 通りの方法を考える。

（ア）ある磁束密度の強さで蛍光板上のスポットがひとつになったとして、それが $n=1$ の状態であった場合、$n=1$ であることを確認するにはどうしたらよいか。60 字以内で述べなさい。

（イ）ある磁束密度の強さ B_L で蛍光板上のスポットがひとつになった。この値から磁束密度の強さを増加させていくと、スポットは二つに分かれた後、B_H になったときに再びひとつになった。このとき、電子の $\dfrac{e}{m}$ を V、B_L、B_H、L、θ で表しなさい。

入試問題研究　第 40 回　2002 年 東工大 ①　ローレンツ力（電子の比電荷測定）

(a) 加速電圧が V なので電子が受け取るエネルギー $U=eV$ だけエネルギーが増加する。したがって、$eV=\frac{1}{2}mv^2$ だから、$v=\sqrt{\frac{2eV}{m}}$ である。

(b) ローレンツ力の公式 $f=qvB\sin\theta$ （θ は磁場と速度の間の角）だから、磁場の存在する範囲に入った電子は $f=evB\sin\theta$ の力を受け、この力が向心力となって中心軸に垂直な面内で円運動する。

$\boxed{\text{F}_1\text{を出た電子}}$ A_3 を出た直後、上向きの速度を持ち、大きさが $f=evB\sin\theta$、フレミングの左手の法則より手前側（蛍光板に向かって右）向きのローレンツ力を受ける。したがって、F_1 を出た電子の場合は蛍光板の右側に中心があり、半径が $r=\frac{mv\sin\theta}{eB}$、周期が $T=\frac{2\pi m}{eB}$ の円運動になる。

$\boxed{\text{F}_2\text{を出た電子}}$ A_3 を出た直後、下向きの速度を持ち、大きさが $f=evB\sin\theta$、フレミングの左手の法則より奥側（蛍光板に向かって左）向きのローレンツ力を受ける。したがって、F_2 を出た電子の場合は蛍光板の左側に中心があり、半径が $r=\frac{mv\sin\theta}{eB}$、周期が $T=\frac{2\pi m}{eB}$ の円運動になる。

以上より、両者は中心軸対象に動いているから、P 点と点対称の位置が Q 点になる。

(c) F_1 を出た電子は(b)のような円運動を描くので、原点（中心軸）と Q 点を通る円を描けばよい（運動方向は時計周りの向き）。

(d) (b)に記述（解答の手順は教科書参照）また、$l=v\cos\theta\times T=\sqrt{\frac{2eV}{m}}\cos\theta\cdot\frac{2\pi m}{eB}=\cdot\frac{2\pi m}{eB}\sqrt{\frac{2eV}{m}}\cos\theta$

(e) 2つのスポットが一点になるのは、原点（中心軸）になるときだけだ。よって、A_3 を通過し、蛍光板 S に達するまでの時間が周期 T の n 倍になっている。よって、$L=v\cos\theta\times nT=\sqrt{\frac{2eV}{m}}\cos\theta\cdot\frac{2n\pi m}{eB}$ だから、$L=\cdot\frac{2n\pi}{B}\sqrt{\frac{2mV}{e}}\cos\theta$ である。これより、電子の比電荷は $\frac{e}{m}=\frac{8n^2\pi^2V\cos^2\theta}{B^2L^2}$ である。

(f) (e)の結果は n の値以外は確定している（定数または測定可能）。この装置では磁場の磁束密度 B のみが可変であるので、これを変えて調べると良い。

（ア） $l=\frac{2\pi m}{eB}\sqrt{\frac{2eV}{m}}\cos\theta$ より、磁束密度を徐々に弱め、磁束密度がゼロになるまでに1点にならなかった場合 $n=1$ であることが確認できる。

（イ） $\frac{e}{m}=\frac{8n^2\pi^2V\cos^2\theta}{{B_L}^2L^2}$ …①、$\frac{e}{m}=\frac{8(n+1)^2\pi^2V\cos^2\theta}{{B_H}^2L^2}$ …② より、$\frac{n^2}{{B_L}^2}=\frac{(n+1)^2}{{B_H}^2}$ だから、$\frac{n}{B_L}=\frac{n+1}{B_H}$ より、$n=\frac{B_L}{B_H-B_L}$ である。①に代入して、$\frac{e}{m}=\frac{8\pi^2V\cos^2\theta}{(B_H-B_L)^2L^2}$ である。