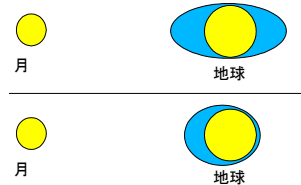


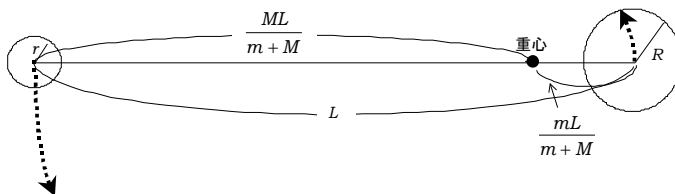
1. 問題の出題意図を良く考えよう。右図に示す月と地球を見てもらおう。

単純に考えれば、月の引力により地球の海水が引かれ右図下のようになるはずだ。しかし、現実には右図上のように海水は動き月に近い側と遠い側の両方に膨らむ。これにより1日に干満が2回訪れる(観測結果から)。この違いの問ひかけに答えないと解答にはならない。



【考える道筋】

月が地球を回っているだけ考えても答えは出てこない。実際の運動は、地球、月ともに2つの重心を中心として円を描く運動をしているのだ。このため、地球は円運動による効果が現れるのだ。



月、地球の質量が m 、 M 、半径が r 、 R 、月と地球

の距離 L とする。月と地球の運動は重心位置を中心とした等速円運動になる。重心位置は地球と月の距離を反比例

で内分した位置になる。したがって、回転半径は月が $a_m = \frac{ML}{m+M}$ 、地球が $a_M = \frac{mL}{m+M}$ である。このときの月、

地球の回転の角速度を ω としよう。

互いの引力は万有引力の法則より $f = G \frac{Mm}{L^2}$ になる。したがって、向心力の公式 $f = m\omega^2$ より、月、地球それ

ぞれに当てはめると、 $G \frac{Mm}{L^2} = m \frac{ML}{m+M} \omega^2 = M \frac{mL}{m+M} \omega^2$ だから、 $\omega = \sqrt{\frac{G(m+M)}{L^3}}$ である。

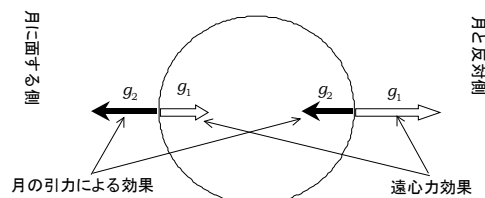
地球万有引力の法則より、地球表面上での重力加速度は $g_0 = \frac{GM}{R^2}$ である。地球の等速円運動による遠心力に

よる重力加速度補正量 g_1 は右向き(月から地球の向き)に $g_1 = \left(\frac{mL}{m+M} \pm R \right) \omega^2 = \frac{G(m+M)}{L^3} \left(\frac{mL}{m+M} \pm R \right)$

だから、 $g_1 = \frac{Gm}{L^2} \pm \frac{G(m+M)R}{L^3}$ になる。一方、月の引力による

重力加速度補正量 g_2 は左向き(地球から月の向き)に

$g_2 = \frac{Gm}{(L \pm R)^2}$ だ。



ここで地球、月の距離は地球の半径より十分に大きいことから $\frac{R}{L} \cong 0$ より、 $\left(1 \pm \frac{R}{L} \right)^{-2} \cong 1 \mp 2 \frac{R}{L}$ の近似式から、

$g_2 = \frac{Gm}{(L \pm R)^2} \cong \frac{Gm}{L^2} \mp \frac{2GmR}{L^3}$ となる。これらを総合すると地球上での重力加速度の大きさは、月に面する側で

は $g' = g_0 - g_1 + g_2$ 、月と反対側では $g' = g_0 + g_1 - g_2$ になる。したがって、どちらの側でも

$g' = G \frac{M}{R^2} - \frac{G(3m+M)R}{L^3} = G \frac{M}{R^2} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{3m}{M} \right) \frac{R^3}{L^3} \right\}$ になり、月に向き合う側と、月と反対側の両方で重力加速

度が弱くなる。したがって、海水を地球に引き付ける力が弱くなり、その両側とも満潮になる(潮汐効果)。

太陽が加わった場合も、同様に、この「潮汐効果」が起こる。この潮汐効果により、太陽と面する側とその反対側が満潮となる。したがって、太陽、地球、月が直線上に並び新月、満月のときに、この潮汐効果が加算されることになる。このとき、地球では潮の干満の差が単独より大きくなり、いわゆる「大潮」になる理由である。