入試問題研究　第48回　２００４年　同志社大学　　第３問　　気体の変化

熱を通さない材料で作られたピストンとシリンダーからなる容器に、n [mol] の2原子分子理想気体が温度 T_0 [K] 、圧力 P_0 [Pa] で封入されている。2原子分子理想気体の定積モル比熱は、単原子分子理想気体の場合と異なり、気体定数を R [J/mol・K] として、$\frac{5}{2}R$ である。また、この容器中には抵抗値 r [Ω] のヒーターが設置させていて、ヒーターが発生する熱はすべて気体に加えられる。ヒーターの熱容量は気体に比べ無視できるほど小さく、ピストンとシリンダーの間の摩擦は無視できるものとする。

ピストンを動かないように固定した状態で、ヒーターに直流電流 I [A] を一定時間流すと、気体の温度が T_1 [K] となった。このとき、気体の内部エネルギーの増加は ［ ア ］[J] となり、圧力は ［ イ ］[Pa] となる。このとき、ヒーターに電流を流した時間は ［ ウ ］[s] である。この状態からピストンを固定している力を徐々にゆるめると、ピストンはゆっくりと移動して気体は断熱膨張し、気体の圧力が最初の圧力 P_0 と一致したところで静止した。このとき、体積は断熱膨張する前の $\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{5}{7}}$ 倍となった。この断熱膨張で気体の温度は ［ エ ］[K] となり、気体がした仕事は ［ オ ］[J] である。

さらにヒーターに直流電流を流して熱を加えると、気体は圧力を P_0 に保ったままゆっくりと膨張し、温度が ΔT [K] 上昇した。このとき容器内の気体がした仕事は ［ カ ］[J] である。このことから、この2原子分子理想気体の定圧モル比熱は気体定数の ［ キ ］倍であることが分かる。

入試問題研究　第48回　２００４年　同志社大学　　第３問　　気体の変化　（解説）

※ 熱力学第一法則（エネルギー保存の法則）が使えるようになれば期待の変化は簡単だ！

状態方程式 $P_0V_0=nRT_0$ ･･･(a) より、気体の最初の体積は $V_0=\dfrac{nRT_0}{P_0}$ である。

ピストンを動かないように固定したので気体は外部に仕事をしないから、内部エネルギーの増加分は、その間に加えた熱量 $Q_1=n\cdot\dfrac{5}{2}R\cdot(T_1-T_0)$ ･･･［ア］である。状態方程式 $P_1V_0=nRT_1$ ･･･(b) より、圧力は $P_1=\dfrac{nRT_1}{V_0}$ ･･･［イ］である。　また、(a)と(b)を割算し整理した $P_1=\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)\cdot P_0$ でもよい。

このとき、ヒーターが発生した熱量は $Q=I^2rt$ だから、$I^2rt=n\cdot\dfrac{5}{2}R\cdot(T_1-T_0)$ が成立する。これより、電流を流した時間は $t=\dfrac{5nR(T_1-T_0)}{2I^2r}$ ･･･［ウ］である。

この状態からピストンを固定している力を徐々にゆるめると、ピストンはゆっくりと移動して気体は断熱膨張し、気体の圧力が最初の圧力 P_0 と一致したところで静止した。このとき、体積は断熱膨張する前の $\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{5}{7}}$ 倍となった。状態方程式に代入して $P_0\cdot\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{5}{7}}V_0=nRT_2$ ･･･(b) が成立する。(a) と辺々割算して $\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{5}{7}}=\dfrac{T_2}{T_0}$ だから、この断熱膨張で気体の温度は　$T_2=\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{5}{7}}T_0$ ･･･［エ］となる。気体がした仕事は、内部エネルギー減少分に等しいので $W=n\cdot\dfrac{5}{2}R\cdot\left(T_1-\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{7}{5}}T_0\right)$ ･･･［オ］である。

さらにヒーターに直流電流を流して熱を加えると、気体は圧力を P_0　に保ったままゆっくりと膨張し、温度が ΔT[K] 上昇した。状態方程式は $P_0\cdot\left\{\left(\dfrac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{5}{7}}V_0+\Delta V\right\}=nR\left(T_2+\Delta T\right)$ ･･･(c) である。(b)と(c)を辺々引算して $P_0\Delta V=nR\Delta T$ より、このとき気体がした仕事は　$nR\Delta T$ ･･･［カ］である。熱力学第一法則より、このとき気体が受けた熱量は内部エネルギー増加分と仕事の和に等しいから、気体が受け取った熱量は $Q'=n\cdot\dfrac{5}{2}R\cdot\Delta T+n\cdot R\cdot\Delta T=n\cdot\dfrac{7}{2}R\cdot\Delta T$ になる。

これより、この2原子分子理想気体の定圧モル比熱は $c_P=\dfrac{Q'}{n\Delta T}=\dfrac{7}{2}R$ であるから、定圧モル比熱は気体定数の $\dfrac{7}{2}$ ･･･［キ］倍であることが分かる。