入試問題研究　第51回　２００４年　京都大学　後期　③　原子　　（解説）

問題文章が長いので、国語力が問われることになる。出題者の意図が見えるようにならなければ、制限時間内に物理としての時間が取れなくなる。

(1)　中性子の衝突前の速度の向きを x 軸とする。運動量保存則より、x 軸方向は $mv_0 = mv\cos 45 + mV\cos\alpha$ ・・・①、y 軸方向は $mv\sin 45 = mV\sin\alpha$ ・・・②が成立する。また、弾性衝突なので力学的エネルギー保存則が成立するから、 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mV^2$ ・・・③が成立する。①、②より、 $V^2 = \left(v_0 - \frac{\sqrt{2}}{2}v\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}v\right)^2 = v_0^2 + v^2 - \sqrt{2}v_0 v$ が成立する。これを③に代入して、 $v_0^2 = v^2 + v_0^2 + v^2 - \sqrt{2}v_0 v$ だから、 $v = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$ になる。よって、衝突後の中性子の運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4}mv_0^2$ であるので、衝突前の運動エネルギーの $\frac{1}{2}$ ・・・ あ である。

物理Ⅱの教科書の「気体の分子運動論」の説明から単原子分子気体（中性子気体）の平均運動エネルギーは $\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{R}{N_A}\cdot T = \frac{3}{2}kT$ ・・・ い である。したがって、中性子の平均の速さは $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$ である。「ド・ブロイの物質波理論」は $\lambda = \frac{h}{mv}$ の公式に代入して、中性子の波長を求めると $\lambda = \frac{h}{\sqrt{3M_n kT}}$ ・・・ う である。これらは、覚えておれば公式通りの簡単な問題だ。具体的名数値を代入すれば 1.3×10^{-10} ・・・ え だ。これは数値を入れて計算するだけだ。

「ブラッグの条件」 $2d\sin\theta = m\lambda$ に代入するだけだから、 $\frac{2d\sin\varphi}{n}$ ・・・ お は、ブラッグの条件を覚えておれば簡単だ。

これらの穴埋め部分は、物理Ⅱの範囲も含め多くの範囲の知識を要求するが、レベルは高くない。このあたりで失点すると合格は非常に難しくなる。

問1 「グラフの『概形』を描け」とあるので、概形が描ければよい。概形とは、特徴を要求するが、数値を正確には要求しないということ。　→ ブラッグ反射を参考にすれば良い。

(2) ニュートリノが登場するが、ニュートリノについて知らなくても解ける。アインシュタインの「質量とエネルギーの等価性」の公式 $E = mc^2$ を使えばよい。発生する全エネルギーは $(M_a - M_b - m_e)c^2$ ・・・ か になる。それぞれの速度を V 、 v とすると、運動量保存則から $M_b V = m_e v$ であるから、運動エネルギーの比は $\frac{1}{2}M_b V^2 : \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{M_b V^2}{M_b} : \frac{m_e v^2}{m_e} = m_e : M_b$ を使えば、電子が持つ運動エネルギーは $\frac{(M_a - M_b - m_e)M_b c^2}{M_b + m_e}$ ・・・ き となり、一定の値しかありえないのである。

しかし、実験では色々な値の電子が見つかるので、運動量を受け持つ他の未知の粒子(質量は無くても、運動量を持つ粒子で光子もその1つ)の存在を示す証拠となる(説明できないのだから)。

質量を持たない(または、質量が観測にかからない程度)粒子が存在するとして計算をして見よう。運動量保存の法則から $0=P_b-P_e+P_\nu$ ・・・ $\boxed{\text{く}}$ が成立し、エネルギー保存の法則から

$(M_a-M_b-m_e)c^2=\dfrac{P_b^2}{2M_b}+\dfrac{P_e^2}{2m_e}+cP_\nu$ ・・・ $\boxed{\text{け}}$ が成立する。この2つの関係式は、衝突の前後で成り立つ関係式である。(物理ⅠBの弾性衝突の計算でおなじみのもの)。

電子とニュートリノの衝突の計算も同様に計算すればよいだけだ。入射してきたニュートリノの向きから飛び出す電子の角度を θ 、ニュートリノの運動量 P_3 、角度を β と仮定する。

運動量保存の法則から、衝突前のニュートリノの方向成分で $P_1=P_2\cos\theta+P_3\cos\beta$ ・・・①、その垂直成分で $P_2\sin\theta=P_3\sin\beta$ ・・・② がそれぞれ成立する。また、エネルギー保存の法則より

$cP_1=\dfrac{P_2^2}{2m_e}+cP_3$ ・・・③ も成立する。

②と③を二乗、辺々足算して $P_1^2-2P_1P_2\cos\theta+P_2^2=P_3^2$ が成立する。③より $P_3=P_1-\dfrac{P_2^2}{2m_ec}$ だから、これを代入して $2P_1\cos\theta=P_2+\dfrac{P_1P_2}{m_ec}-\dfrac{P_2^3}{4m_e^2c^2}$ ・・・④が得らる。これより $\cos\theta$ を求めると、 $\cos\theta=\dfrac{P_2}{2P_1}\left(1+\dfrac{P_1}{m_ec}-\dfrac{P_2^2}{4m_e^2c^2}\right)$ ・・・ $\boxed{\text{こ}}$ である。

問2 省略(皆さん本気になって考えてみようね)