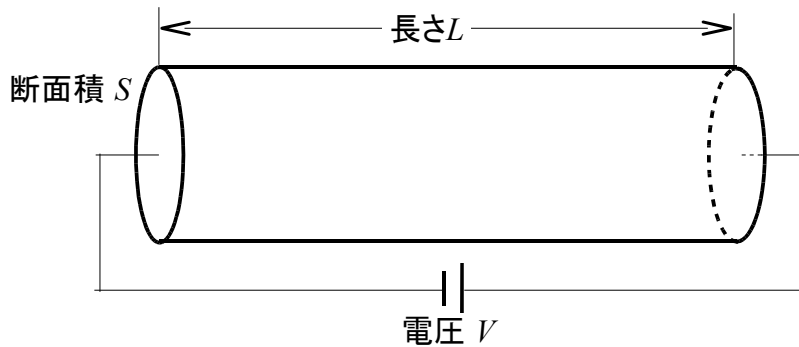


入試問題研究 第60回 2002年度 千葉大学 ② オームの法則



図のように断面積が S 、長さが L の金属の棒の両端に電位差 V を与えたときの金属内の自由電子の運動を考えてみよう。ただし、自由電子の質量を m 、電気量を $-e$ とし、金属中の単位体積当たりの自由電子の個数を n とし、以下の問いに答えなさい。

問1 金属中に電場を加えると各自由電子は電場から力を受け、全体として力の方向に移動する。1つの自由電子が電場から受ける力の大きさ F はいくらか。

次に自由電子の移動速度について詳しく考えて見よう。電子は電場からの力により加速されるが、熱振動している金属イオンと衝突し減速する。しかし、すぐに電場からの力で再び加速される。このような電子は実際には加速、減速を繰り返しながら金属中を進んでいるが、時間的に平均すれば一定の速さで進んでいるとみなせる。

問2 この v を用いると金属棒を流れる電流の大きさはどのように表されるか。

問3 上で述べた加速と衝突が非常に短い時間 Δt 毎に繰り返され、衝突直後には電子の速さがゼロになると考える。衝突から次の衝突までの Δt 時間に電子が進む距離を問1の F を用いて表しなさい。

問4 自由電子の平均の速さ v を e 、 m 、 Δt 、 L 、 V を用いて表しなさい。

問5 金属棒の抵抗値を e 、 m 、 Δt 、 n 、 S 、 L を用いて表しなさい。

問6 金属中の電子が速さ v の等速運動をしているとみなすことは、電場からの力のほかに一種の抵抗力が電子に働いた結果と考えることが出来る。この抵抗力の大きさを m 、 v 、 Δt を用いて表しなさい。

入試問題研究 第60回 2002年度 千葉大学 ② オームの法則 (解説)

問1 金属中に出来る電場は $E = \frac{V}{L}$ より、自由電子は電場から力 $f = eE = \frac{eV}{L}$ を受ける。

問2 「電流は単位時間に流れる電気量」の定義を使えばよい。自由電子は単位時間に v 進むので、単位時間に流れる電子の数は $Sv \times n$ 個だから、流れる電気量は $Svn \times e$ である。よって、 $I = enSv$ と表すことが出来る。

問3 電子の運動方程式を作ると、 $\frac{eV}{L} = ma$ だから、電子の加速度は $a = \frac{eV}{mL}$ である。よつ

て、衝突から次の衝突までの Δt 時間に電子が進む距離は等加速度運動の公式より、

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times \frac{eV}{mL} \times (\Delta t)^2 = \frac{eV}{2mL} \cdot (\Delta t)^2 \text{ である。}$$

問4 自由電子の平均の速さ v を $e, m, \Delta t, L, V$ を用いて表しなさい。

速さ = 距離 ÷ 時間だから、平均の速さは $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{eV \cdot \Delta t}{2mL}$ である。

問5 金属棒の抵抗値を $e, m, \Delta t, n, S, L$ を用いて表しなさい。

問2の電流の式に問4の電子の平均速度を代入して、 $I = \frac{e^2 n S V}{2mL} \cdot \Delta t$ であるので、オーム

の法則に代入して求める。よって、抵抗値は $R = \frac{V}{I} = \frac{2mL}{e^2 n S \cdot \Delta t}$ である。

問6 金属中の電子が速さ v の等速運動をしているので、電子に働く力はつりあっている。よつ

て、抵抗力は、電界からの力 $f = e \times \frac{V}{L}$ とつりあっているので、抵抗力は $f = \frac{eV}{L}$ とかけ

る。また、問4の電子の速度の式より $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{eV}{2mL} \cdot \Delta t$ であるので、これを变形して

$$\frac{eV}{L} = \frac{2mv}{\Delta t} \text{ である。よって、電子が受ける抵抗力は } \frac{2mv}{\Delta t} \text{ である。}$$

【参考】 電子が受ける抵抗力が速度 v に比例 $f = kv$ (ただし、 $k = \frac{2m}{\Delta t}$) であるの

で、 k を使って表すと $R = \frac{kL}{e^2 n S}$ が導かれ、抵抗は $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$ (ただし、 $\rho = \frac{k}{e^2 n}$) と書け

る。

※ この問題のねらいは、教科書の説明の通りではなく、同じ考えで電気抵抗の式を導くことだ。教科書の説明の例を、わざと変形して、同じ式にならないように論理展開に工夫してあるだけのこと。考え方さえ理解できておれば、正解を出すのは容易である。