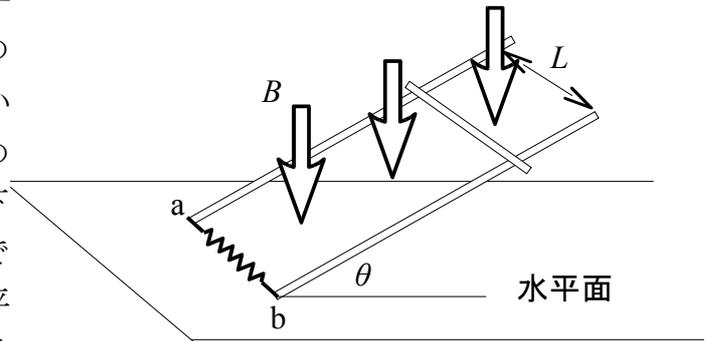


入試問題研究 第62回 2003年 熊本大学 ② 電磁誘導

図のように、電気抵抗が無視できる金属棒を間隔  $L$  で平行に並べてレールを作り、水平面に対して傾斜各  $\theta$  で設置した。レールの下端  $a, b$  は電気抵抗値  $R$  の抵抗でつないである。ここで、レールと抵抗は動かないものとする。一様な磁束密度  $B$  の磁界を鉛直下向きに印加した状態で、電気抵抗が無視できる質量  $m$  の金属棒をレールの上に水平に静かに置いた。棒とレールの間の摩擦は無視でき、棒はレールに対して常に直交しているものとする。重力加速度を  $g$  として、以下の問いに答えなさい。



問1 棒が動き始めたとき、抵抗に流れる電流の向きは図中の  $a \rightarrow b$ 、と  $b \rightarrow a$  のどちらになるか、理由をつけて答えなさい。

問2 棒が速さ  $v$  で動いているとき、抵抗に流れる電流の大きさを求めなさい。

問3 十分に時間が経過した後、棒の速さはいくらになるか、求めなさい。ただし、棒はレールの上を滑っているものとする。

問4 問3の状態のとき、抵抗で単位時間あたり発生する熱エネルギー  $Q$  と重力が棒にする仕事率を  $P$  との比  $\frac{Q}{P}$  を求めなさい。

入試問題研究 第62回 2003年 熊本大学 ② 電磁誘導 (解答・解説)

問1 棒がレールを滑り降りるとき、磁束を捕らえるコイルの面積が減少する。したがって、コイルを貫く磁束(下向き)が減少するので、その変化を打ち消す(下向きの磁束を作る)ように誘導電流が流れる(レンツの法則)。よって、上から見ると時計回りの電流が流れる。よって、抵抗に流れる電流の向きは図中の  $b \rightarrow a$  の向きである(右ネジの法則)。

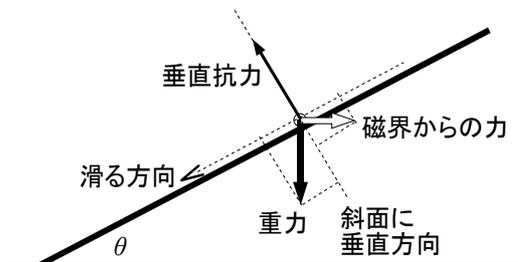
問2 棒が速さ  $v$  でレールを下るとき、 $\Delta t$  の間に棒は  $v \Delta t$  だけレールを滑り降りる。したがって、磁束の変化は  $\Delta \Phi = -B \cdot L v \Delta t \cdot \cos \theta$  である。これより、ファラデーの電磁誘導の法則

(誘導起電力)の公式に  $V = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  に代入して、誘導起電力の大きさを求めると

$V = B L v \cos \theta$  になる(1回巻のコイルに相当するから  $N = 1$ )。オームの法則より、抵抗に

流れる電流の大きさは  $I = \frac{V}{R} = \frac{B L v \cos \theta}{R}$  である。

問3 十分に時間が経過した後、棒の速さは等速運動。そのとき、磁界から棒が受ける力と重力とレールからの垂直抗力がつりあう(レールに平行な力のつりあいで考えるとよい)。そのときのつりあいの条件は斜面上に平行な成分で考えると良い。斜面上に平行な成分は、重力が  $mg \sin \theta$ 、磁界からの力が



$\left( \frac{B L v \cos \theta}{R} B L \right) \cos \theta$  である。つりあう条件は  $mg \sin \theta = \frac{B L v \cos \theta}{R} \cdot B L \cos \theta$  であるから、

十分に時間がたったとき(力がつりあったとき)に一定になる速度は  $v = \frac{mg R \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta} \dots \textcircled{1}$

である。

問4 抵抗で発生する熱エネルギーの公式(ジュール熱の公式)  $Q = I^2 r t$  を使って求める。

抵抗を流れる電流は  $I = \frac{B L v \cos \theta}{R}$  であるので、 $\textcircled{1}$ を代入して  $I = \frac{mg \sin \theta}{B L \cos \theta}$  である。

上で求めた電流を  $Q = I^2 r t$  に代入し、抵抗での単位時間当たりの発熱量を求めると、

$Q = \left( \frac{mg \sin \theta}{B L \cos \theta} \right)^2 R \dots \textcircled{2}$  であることがわかる。

一方、鉛直方向の速度は  $v \sin \theta$  だから、重力が棒にする仕事の仕事率は  $P = mg v \sin \theta$  である。棒が滑る速さ( $\textcircled{1}$ 式)を代入して、整理すると、重力が棒にする仕事の仕事率は

$P = mg \frac{mg R \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta} \sin \theta = \left( \frac{mg \sin \theta}{B L \cos \theta} \right)^2 R \dots \textcircled{3}$  となる。

よって、単位時間当たりに抵抗で発生する熱量  $Q$  と、重力が棒にする仕事率  $P$  との比は

$\frac{Q}{P} = 1$  になる。