

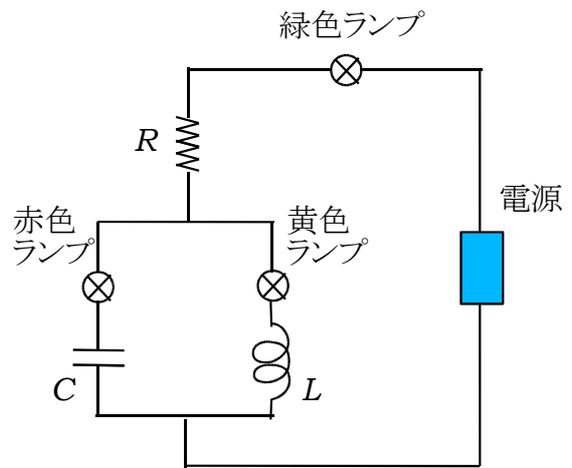
入試問題研究 第78回 岡山大学 ② 電磁気 (交流回路)

抵抗値 R の抵抗、電気容量 C のコンデンサー、自己インダクタンス L のコイル、緑色、赤色、黄色のランプと電源からなる右図のような回路がある。電源の周波数は自由に変えることができ、交流の出力電圧は正弦波とする。

電源の内部抵抗とランプの抵抗は無視できる程度に小さいものとする。

電源のスイッチを入れ、周波数を0、電圧をある値に設定した。このとき、出力電圧は直流に相当する。十分に長い時間がたった後、3つのランプを観察すると、

① が点灯していた。その後、電圧の最大値は一定にして電源の周波数を0から変化させて出力を交流にした。徐々に周波数を上げてゆくと全てのランプが点灯するようになり、ある周波数 f_0 で ② が消えた。周波数を f_0 よりもさらに上げると、再び全てのランプが点灯するのが観察できた。



(1) 上の文章の空欄に、適当なランプの名前(複数可)を入れなさい。

(2) (1)の①でそのランプを選んだ理由を50字以内で説明しなさい。

(3) (1)の②でそのランプを選んだ理由を50字以内で説明しなさい。

(4) $C=1.0 \times 10^{-5}$ [F]、 $L=4.0 \times 10^{-3}$ [H]として、角周波数 $\omega_0 (=2\pi f_0)$ [rad/s] を有効数字2桁で求めなさい。

(5) 周波数を f_0 にしたとき、コンデンサーに蓄えられる電荷の最大値を Q とし、抵抗、コンデンサー、コイルに流れる電流の最大値をそれぞれ I_R 、 I_C 、 I_L とする。 Q はどのように表されるか。 R 、 C 、 L 、 I_R 、 I_C 、 I_L の中から必要なものを使って表しなさい。

入試問題研究 第78回 岡山大学 ② 電磁気(交流回路)

- (1) 直流だから、コンデンサーを通して電流は流れない。よって「緑色と黄色」のランプ・・・①が点灯するが、「赤色」のランプは点灯しない。コンデンサーとコイルの共振周波数になったとき、LC並列回路には電流和がゼロになり、「緑色」ランプは消灯し、「赤色と黄色」のランプ・・・②が点灯する。
- (2) (1)の①になる理由は、十分時間がたつとき、コンデンサーには電流が流れないが、コイルには逆起電力がゼロになり、電流が流れる。
- (3) (1)の②になる理由。共振周波数のとき、コイルに流れる電流と、コンデンサーに流れる電流の位相が逆で、振幅が同じである。よって並列回路の合計の電流は位相が逆で振幅が同じ電流の和だから、電流値はゼロである。
 だが、「緑色」ランプは消灯するが、コイル、コンデンサーに流れる電流は存在するから、「赤色と黄色」のランプは点灯するが、緑色の電流はゼロになるので、「緑色」ランプは点灯しない。
 い。
- (4) 電源電圧を $V = V_0 \sin 2\pi f t$ とする。

コンデンサーに流れるの電流は $I_1 = 2\pi f_0 V_0 \sin\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$... (a) である。また、コイル

に流れる電流は $I_2 = \frac{V_0}{2\pi f_0 L} \sin\left(2\pi f_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$... (b) である。よって、抵抗に流れる電流

は $I_1 + I_2$ であるので、 $I_3 = \left(2\pi f_0 C - \frac{1}{2\pi f_0 L}\right) V_0 \cos 2\pi f_0 t$ だから、

$$2\pi f_0 C - \frac{1}{2\pi f_0 L} = 0 \quad \text{すなわち、} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{のときである。} \quad \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{で}$$

ある。 $C = 1.0 \times 10^{-5}$ [F]、 $L = 4.0 \times 10^{-3}$ [H] を代入して、 $\omega_0 = 5000$ [rad/s] である。

- (5) (4) (a)、(b)より $I_C = 2\pi f_0 C V_0$ 、 $I_L = \frac{V_0}{2\pi f_0 L}$ である。辺々掛算して $I_C I_L = \frac{C V_0^2}{L}$ で

あるから、 $Q = C V_0 = \sqrt{I_C I_L C L}$ が成立する。 $I_C = I_L$ でもあるから、 $Q = I_L \sqrt{C L}$ または $Q = I_C \sqrt{C L}$ である。

【別解】 共振状態だから、コイルとコンデンサーがエネルギーをやり取りしている。コイルの

エネルギー最大は $\frac{1}{2} L I_L^2$ であり、コンデンサーのエネルギー最大は $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ だから、両者

は等しい。よって、 $L I_L^2 = \frac{Q^2}{C}$ だから、 $Q = I_L \sqrt{C L}$ である。