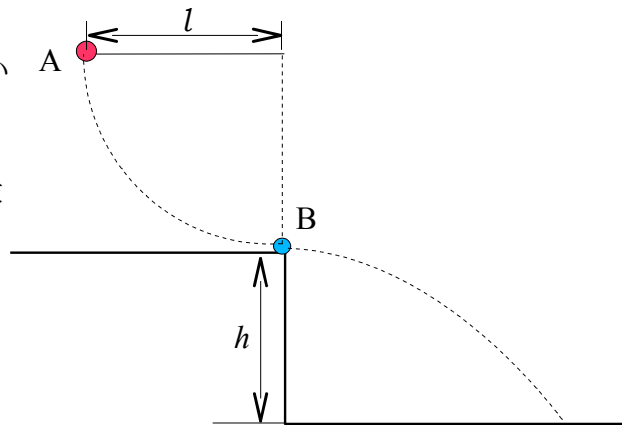


入試問題研究 第 79 回 高知大学 ① 力学総合

長さ l [m] の質量を無視できる伸び縮みしない糸の一端に質量 m_A [kg] の小球 A をつけた。いま、図で示すように、糸の一端を C に固定し、小球 A を水平の位置まで持ち上げて静かに離す。小球 A は糸をたるませることなく運動し、運動の最下点



で、水平で滑らかな段差のある床の端に静止している質量 m_B [kg] の小球 B と正面衝突した。衝突により、小球 B は衝突直前の小球 A と同じ運動方向に、小球 B の置かれた床面から h [m] だけ低い水平な床面に向かって放物線を描いて飛んだ。衝突は弾性衝突とする。小球 A と小球 B は同じ大きさで、小球 A の質量は小球 B の質量より小さいとする。小球 A の衝突直前の速さをそれぞれ v_A [m/s]、 v_B [m/s] とし、小球 B の衝突直後の速さを v_B' [m/s] とする。また、重力加速度は g [m/s²] とする。以下の問いに物理量 l 、 m_A 、 m_B 、 h 、 g を用い、計算経過を含めて答えよ。

問 1 小球 A の速さ v_A [m/s] は衝突直前にはいくらになるか。

問 2 小球 A の糸の張力 T [N] は衝突直前にはいくらになるか。

問 3 小球 A の衝突直後の運動方向は図の右向きか左向きか。

また、衝突直後の速さ v_A' [m/s] はいくらか。

問 4 小球 B が下部の床面に達する直前の速度の水平成分の大きさ v_{Bx}' [m/s]、および、鉛直成分の大きさ v_{By}' [m/s] はそれぞれいくらになるか。

問 5 小球 B が下部の床面に達するまでの水平距離 L [m] はいくらになるか。

入試問題研究 第79回 高知大学 ① 力学総合

問1 力学的エネルギー保存の法則より、手を離す前の重力による位置エネルギーと衝突直前の

運動エネルギーが等しくなる。よって、 $m_A g l = \frac{1}{2} m_A v_A^2$ が成立するから、衝突直前の物体

A の速度は $v_A = \sqrt{2gl}$ [m/s] である。

問2 衝突直前まで円運動を行う。円運動するためには向心力が必要だ。よって、衝突直前での

向心力は重力と張力より作られるので、 $T - m_A g = \frac{m_A v_A^2}{l}$ が成立する。これに、問1の結果

$v_A = \sqrt{2gl}$ を代入して、張力を求めると、張力は $T = 3m_A g$ [N] である。

問3 衝突の計算(運動量保存の法則と跳ね返り係数の公式による2式を連立方程式として解く)をすればよい。

運動量保存の法則より $m_A v_A = m_A v_A' + m_B v_B' \dots \textcircled{1}$ 、

跳ね返り係数の公式より、 $1 = -\frac{v_A' - v_B'}{v_A - 0} \dots \textcircled{2}$

以上2式を解いて、 $v_A' = \frac{(m_A - m_B)v_A}{m_A + m_B}$ 、 $v_B' = \frac{2m_A v_A}{m_A + m_B}$ である。

小球 A が小球 B より軽いので、 $v_A' = \frac{(m_A - m_B)v_A}{m_A + m_B} < 0$ である。よって、衝突後の小球 A の

速度は負だから、小球 A は衝突後は「左向き」に動く。

問4 小球 B は衝突後は放物運動(鉛直方向等加速度運動、水平方向等速運動)するので、下の

床面に達するときの速度の水平成分(等速)は $v_{Bx}' = v_B' = \frac{2m_A v_A}{m_A + m_B} = \frac{2m_A \sqrt{2gl}}{m_A + m_B}$ [m/s] で

ある。鉛直方向成分(等加速度)だから、等加速度運動の公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ に代入して、

$v_{By}^2 - 0^2 = 2gh$ だから、 $v_{By} = \sqrt{2gh}$ [m/s] である。

問5 等加速度運動の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ より $h = 0t + \frac{1}{2} g t^2$ だから、落下時間 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

である。水平方向は等速度運動だから、落下した位置は $L = v_{Bx}' t = \frac{2m_A \sqrt{2gl}}{m_A + m_B} \times \sqrt{\frac{2h}{g}}$ である

ので、整理して、 $L = \frac{4m_A \sqrt{hl}}{m_A + m_B}$ [m] である。

※ 頻出の基本問題である。計算間違いをしないようにすれば、満点が狙える問題。完全正解を目指したい。