

入試問題研究 第80回 2004年 静岡大学 ① 運動方程式

質量  $M$  [kg] のおもりAと質量  $3M$  [kg] のおもりBを糸でむすび滑車Pにかける。さらに、この滑車Pと質量  $4M$  [kg] のおもりCを蒸すび、天井からつるしてある滑車Qにかける。糸は伸びることなく、滑車と糸の重さは無視できるものとし、滑車と糸の間の摩擦はないものとする。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として、以下の問1および問2に答えよ。

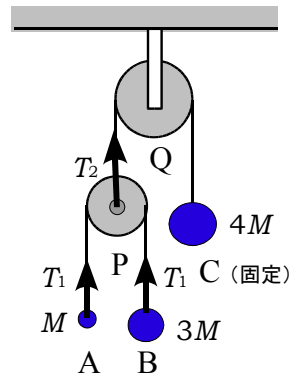


図1

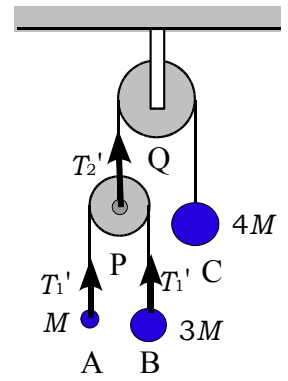


図2

問1 図1のようにCを固定し、AとBだけを静かに

はなす。ここにAとBを結ぶ糸の上向きの張力の大きさを  $T_1$  [N] とする。

- (1) A、Bそれぞれについて運動方程式を書きなさい。なお、A、Bの加速度の大きさを  $a$  [m/s<sup>2</sup>] とおくこと。
- (2) Aの加速度の大きさ  $a$  [m/s<sup>2</sup>] は重力加速度  $g$  [m/s<sup>2</sup>] の何倍になるか。
- (3) 滑車PとおもりCを結ぶ糸の張力の大きさ  $T_2$  [N] を求めよ。解答は  $M$  と  $g$  を使って求めよ。

問2 図2のようにおもりA、B、Cを固定し、次にA、B、Cを静かにはなす。AとBの質量の和がCの質量と等しいに係わらず、Cは動き始める。このとき、Aは上向きに大きさ  $\alpha'$  [m/s<sup>2</sup>] の加速度で、Bは下向きに大きさが  $\beta'$  [m/s<sup>2</sup>] の加速度で、滑車Pは上向きに大きさ  $\gamma'$  [m/s<sup>2</sup>] の加速度で動き、 $\alpha' \neq \beta'$ 、 $\alpha' > \gamma'$  であった。なお、 $\alpha'$ 、 $\beta'$ 、 $\gamma'$  は地面に対する加速度である。ここで、AとBを結ぶ糸の張力の大きさを  $T_1'$  [N]、滑車PとCを結ぶ糸の張力の大きさを  $T_2'$  [N] とする。

- (1) A、B、Cそれぞれについて運動方程式を書きなさい。なお、滑車Pについての運動方程式は  $0 \times \gamma' = T_2' - 2T_1'$  となる。
- (2) 滑車Pの中心から見た場合にはAとBの加速度の大きさは等しいが、滑車Pも加速度の大きさ  $\gamma'$  [m/s<sup>2</sup>] で運動しているので、 $\alpha' - \gamma' = \beta' + \gamma'$  の関係が成り立つ。運動方程式の  $\alpha'$ 、 $\beta'$ 、 $\gamma'$  をこの式に代入して、AとBを結ぶ糸の張力の大きさ  $T_1'$  [N] をもとめよ。解答は  $M$  と  $g$  を使って求めよ。

入試問題研究 第80回 2004年 静岡大学 ① 運動方程式 (解答・解説)

質量  $M$  [kg] のおもりAと質量  $3M$  [kg] のおもりBを糸でむすび滑車Pにかける。さらに、この滑車Pと質量  $4M$  [kg] のおもりCを蒸すび、天井からつるしてある滑車Qにかける。糸は伸びることなく、滑車と糸の重さは無視できるものとし、滑車と糸の間の摩擦はないものとする。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として、以下の問1および問2に答えよ。

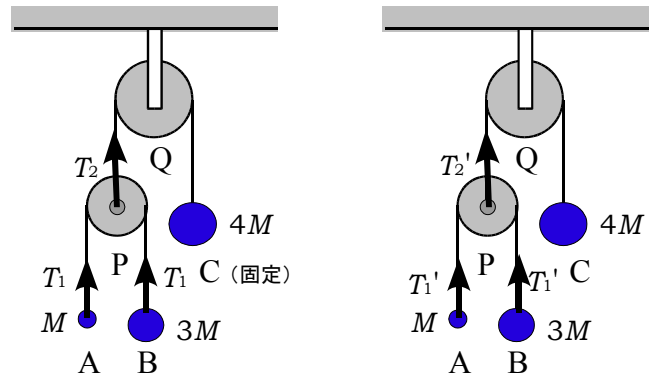


図1

図2

問1 図1のようにCを固定し、AとBだけを静かに

はなす。運動する向きを正として運動方程式を作ればよいだけ。基本問題だ！

(1) Aの運動方程式は  $T_1 - Mg = Ma \cdots \textcircled{1}$ 、Bの運動方程式は  $3Mg - T_1 = 3Ma \cdots \textcircled{2}$

(2) ①、②を解いて  $a = \frac{1}{2}g$  より、Aの加速度の大きさは重力加速度  $g$  [m/s<sup>2</sup>] の  $\frac{1}{2}$  倍である。

(3) ①、②を解いて、ロープの張力は  $T_1 = \frac{3}{2}Mg$  [N] である。滑車Pの質量がゼロだから、運動

方程式は  $T_2 - 2T_1 = 0 \times a'$  だから、おもりCを結ぶ糸の張力の大きさは  $T_2 = 3Mg$  [N] だ。

※ 糸の張力が  $3Mg$  だから、Cの重力  $4Mg$  の方が大きくなり、Cから手を離せば、Cは下に動き出す！

問2 運動の方向が示されているので簡単だ。このとき、Aは上向きに大きさ  $\alpha'$  [m/s<sup>2</sup>] の加速度で、Bは下向きに大きさが  $\beta'$  [m/s<sup>2</sup>] の加速度で、滑車Pは上向きに大きさ  $\gamma'$  [m/s<sup>2</sup>] の加速度(Cは下向きに  $\gamma'$  [m/s<sup>2</sup>] の加速度ということ) で動く。問1と同様にそれぞれの運動方程式は運動する向きを正とすればよい。

(1) 各運動方程式は、Aが  $T_1' - Mg = M\alpha' \cdots \textcircled{1}$ 、Bが  $3Mg - T_1' = 3M\beta' \cdots \textcircled{2}$ 、Cが  $4Mg - T_2' = 4M\gamma' \cdots \textcircled{3}$ 、滑車Pが  $0 \times \gamma' = T_2' - 2T_1' \cdots \textcircled{4}$  である。

(2) 滑車Pの中心から見た相対運動を考えると、AとBの相対加速度の大きさは等しくなる。よって、 $\alpha' - \gamma' = \beta' + \gamma' \cdots \textcircled{5}$  の関係が成り立つ。

①、②、③、④をこの式⑤に代入すると、 $\left(\frac{T_1'}{M} - g\right) - \left(g - \frac{T_2'}{4M}\right) = \left(g - \frac{T_1'}{3M}\right) + \left(g - \frac{T_2'}{4M}\right)$  が成立する。④を代入して  $\left(\frac{T_1'}{M} - g\right) - \left(g - \frac{T_1'}{3M}\right) = \left(2g - \frac{T_1'}{M}\right)$  だから、括弧を外して整理する

と、 $\frac{T_1'}{M} + \frac{T_1'}{3M} + \frac{T_1'}{M} = 4g$  より、張力の大きさは  $T_1' = \frac{12}{7}Mg$  [N] である。

※ この問題では動く向きを示してくれているが、運動する向きを示してくれない場合、

A、B、Cが運動する向きを知る方法はあるのだろうか？ (問1がヒントになっているのだが...)