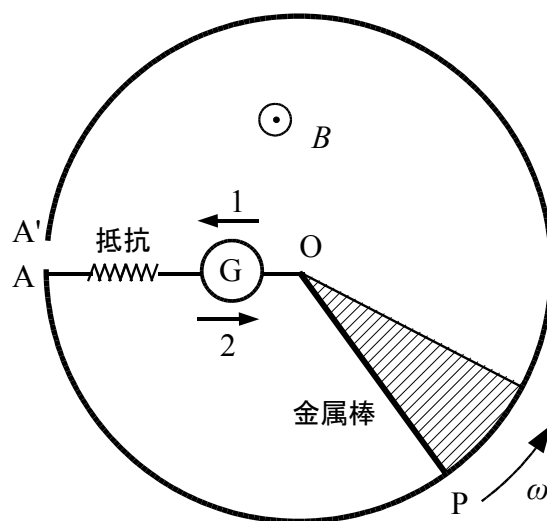


大学入試問題研究 第83回 筑波大学 ② 電磁誘導

図のように、磁束密度 B の一様な鉛直上向き（紙面の裏から表向き）の磁界の中に、長さ l の円形導線が水平面内に置かれている。金属棒は点 P で円形導線に抵抗ゼロで接し、円形導線の中心 O を支点として、図中の矢印の向きに一定の角速度 ω で点 A から A' まで回転する。点 A と点 O の間には、静止した導線を介して検流計 G および抵抗がつながれており、閉回路 $OAPO$ ができている。円形導線の一部 $A'A$ 間は切れている。金属棒および導線の抵抗、検流計の内部抵抗は無視できる。また、金属棒中の電子にはたらく遠心力、回路に流れる電流の作る磁界の影響は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。考え方や計算の要点も記せ。



金属棒が微小な時間 Δt の間に、図に示すように、微小な角度 $\Delta\theta$ ($=\omega\Delta t$) だけ回転したとする。閉回路 $OAPO$ を貫く磁束の時間変化を考えよう。

問1 このとき閉回路 $OAPO$ の囲む面積の変化分 ΔS と閉回路 $OAPO$ を貫く磁束の変化分 $\Delta\Phi$ を求めよ。

問2 閉回路 $OAPO$ に生じる起電力の大きさ V を ω 、 B 、 l を用いて表しなさい。

問3 検流計に流れる電流の向きは、図中の矢印 1 または 2 のいずれか。その番号を示し、その理由を 50 字以内で述べよ。

閉回路 $OAPO$ の起電力は、磁界中を運動する金属棒に生じている。このことを以下の考察から確かめてみよう。

問4 点 O から距離 r の位置にある金属棒中の自由電子(電荷 $-e$)を考える。この電子は金属棒とともに回転するので、電子にはローレンツ力が働く。ローレンツ力の大きさ F と向きを求めよ。

問5 問4で求めたように、磁界中を運動する金属棒中の自由電子には、金属棒の一方の端から他方の端に移動させるような力が働く。自由電子がこの力を受けるのは、磁界中を運動する金属棒の中に電界が生じているためであると考えることができる。点 O から距離 r 離れた位置における電界の大きさを $E(r)$ とし、 $0 \leq r \leq l$ の範囲で $E(r)$ のグラフを描け。

問6 金属棒を微小な部分に分けて考えると、 $r=r_1$ から $r=r_1+\Delta r$ の微小な長さ Δr には、起電力 $\Delta V=E(r_1)\Delta r$ が生じている。このことから、 OP 間の起電力 V_{OP} を求めよ。

大学入試問題研究 第83回 筑波大学 ② 電磁誘導

問1 閉回路 OAPO の囲む面積の変化分(斜線の入った扇形の部分) $\Delta S = \frac{1}{2} l^2 \omega \Delta t$ である。

また、閉回路 OAPO を貫く磁束の変化分は $\Delta \Phi = B \cdot \Delta S$ より、 $\Delta \Phi = \frac{B l^2 \omega \Delta t}{2}$ である。

問2 電磁誘導の法則 $V = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ を使って求めればよい。閉回路 OAPO に生じる起電力の

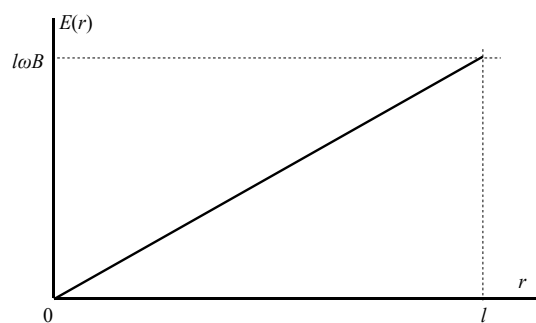
大きさは $V = \frac{B l^2 \omega}{2}$ である。(大きさだから符号は不要)

問3 検流計に流れる電流の向きは 図中の矢印 2 の向きである。

理由： 閉回路 OAPO の面積が増加し、回路を貫く磁束が増える。それを打ち消す誘導電流が流れる向きに誘導起電力が発生する(レンツの法則)。

問4 点 O から距離 r の位置にある金属棒中の自由電子(電荷 $-e$) の速度は $v = r\omega$ である。よって、磁界が電子に及ぼす力、ローレンツ力の大きさは $F = e r \omega B$ である。また、ローレンツ力の向きはフレミングの左手の法則より、 $P \rightarrow O$ の向きである。

問5 点 O から距離 r 離れた位置における電界の大きさを $E(r)$ とすると、電界からの力の大きさは $F = e E(r)$ である。これが問4のローレンツ力に相当するから $E(r) = r \omega B$ である。よって、グラフを描くと、右図になる。



問6 金属棒を微小な部分に分けて考えると、 $r = r_1$ から $r = r_1 + \Delta r$ の微小な長さ Δr には、起電力 $\Delta V = E(r_1) \Delta r$ が生じている。OP 間の起電力 V_{OP} はそれらの微小な部分の起電力の和である。

このことを問5のグラフに当てはめると、グラフの面積が起電力 V_{OP} を表していることになる。よって、

$$V_{OP} = \frac{1}{2} \times l \times l \omega B \text{ だから、OP 間の起電力は}$$

$$V = \frac{B l^2 \omega}{2} \text{ であることがわかる。}$$

当然、電磁誘導の法則で求めた起電力(問2)と等しくなっている。

