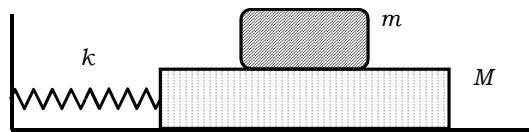


入試問題研究 第99回 1997年 熊本大学 単振動

右の図のように水平面で一端を固定したばねにつながれている直方体の台Aの上に物体Bが乗せられている。台Aの質量は M 、物体Bの質量は m 、ばね定数は k である。台Aと物体Bの間の静止摩擦係数は μ で、水平面と台Aとの間の

摩擦力は無視できるものとする。また、ばねの質量は無視し、重力加速度の大きさは g とせよ。物体Bが台Aの上で滑らずに一緒にになって一直線上を振動しているとき、以下の問いに答えなさい。



- (1) このときの振動数を求めなさい。
- (2) 振動の振幅を d とするとき、加速度の大きさを求めなさい。
- (3) 振幅が d のとき、物体Bに働く静止摩擦力の大きさの最大値を求めなさい。
- (4) 次に、振幅を d より大きくして振動させたとき、物体Bが台Aの上で滑らないための振幅の最大値を求めなさい。

入試問題研究 第99回 1997年 熊本大学 単振動 解答・解説

右の図のように水平面で一端を固定したばねにつながれている直方体の台Aの上に物体Bが乗せられている。台Aの質量は M 、物体Bの質量は m 、ばね定数は k である。台Aと物体Bの間の静止摩擦係数は μ で、水平面と台Aとの間の摩擦力は無視できるものとする。また、ばねの質量は無視し、重力加速度の大きさは g とせよ。物体Bが台Aの上で滑らずに一緒にあって一直線上を振動しているとき、以下の問いに答えなさい。

(1) このときの振動数を求めなさい。

つりあいの位置(ばねの自然長)のときを原点とする。ばねが右に x 伸びている位置での力を求める。ばねの力は左に kx のちからであるので、一体運動する台Aと物体Bの運動方程式は $-kx = (M+m)a$

だから、 $a = -\frac{k}{M+m}x$ になる。これを単振動の条件式 $a = -\omega^2 x$ と比較すると、この振動の角振動数は

$\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$ になる。したがって、この振動の周期は、周期の公式 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ より、 $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$ である。

(2) 振動の振幅を d とするとき、加速度の大きさを求めなさい。

単振動の公式 $x = A \sin \omega t$ 、 $v = A\omega \cos \omega t$ 、 $a = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x$ だから、加速度は

$$a = -\frac{kd}{M+m} \sin \omega t = -\frac{kx}{M+m} \quad \text{だから、加速度大きさの最大値は } a_{\max} = \frac{kd}{M+m}$$

(3) 振幅が d のとき、物体Bに働く静止摩擦力の大きさの最大値を求めなさい。

物体Bの水平方向の運動方程式を作る。

加速度大きさの最大値は $a_{\max} = \frac{kd}{M+m}$ より、物体Bが受ける慣性力の最大値は

$$f_{\max} = -ma_{\max} = -\frac{mkd}{M+m} \quad \text{だから、物体Bに働く静止摩擦力の最大値は } \frac{mkd}{M+m}$$

(4) 次に、振幅を d より大きくして振動させたとき、物体Bが台Aの上で滑らないための振幅の最大値を求めなさい。

静止摩擦力は最大摩擦力を超えないから、 $\frac{mkd}{M+m} \leq \mu mg$ より、 $d \leq \frac{\mu(M+m)g}{k}$ だか

ら、振幅の最大値は $\frac{\mu(M+m)g}{k}$ である。